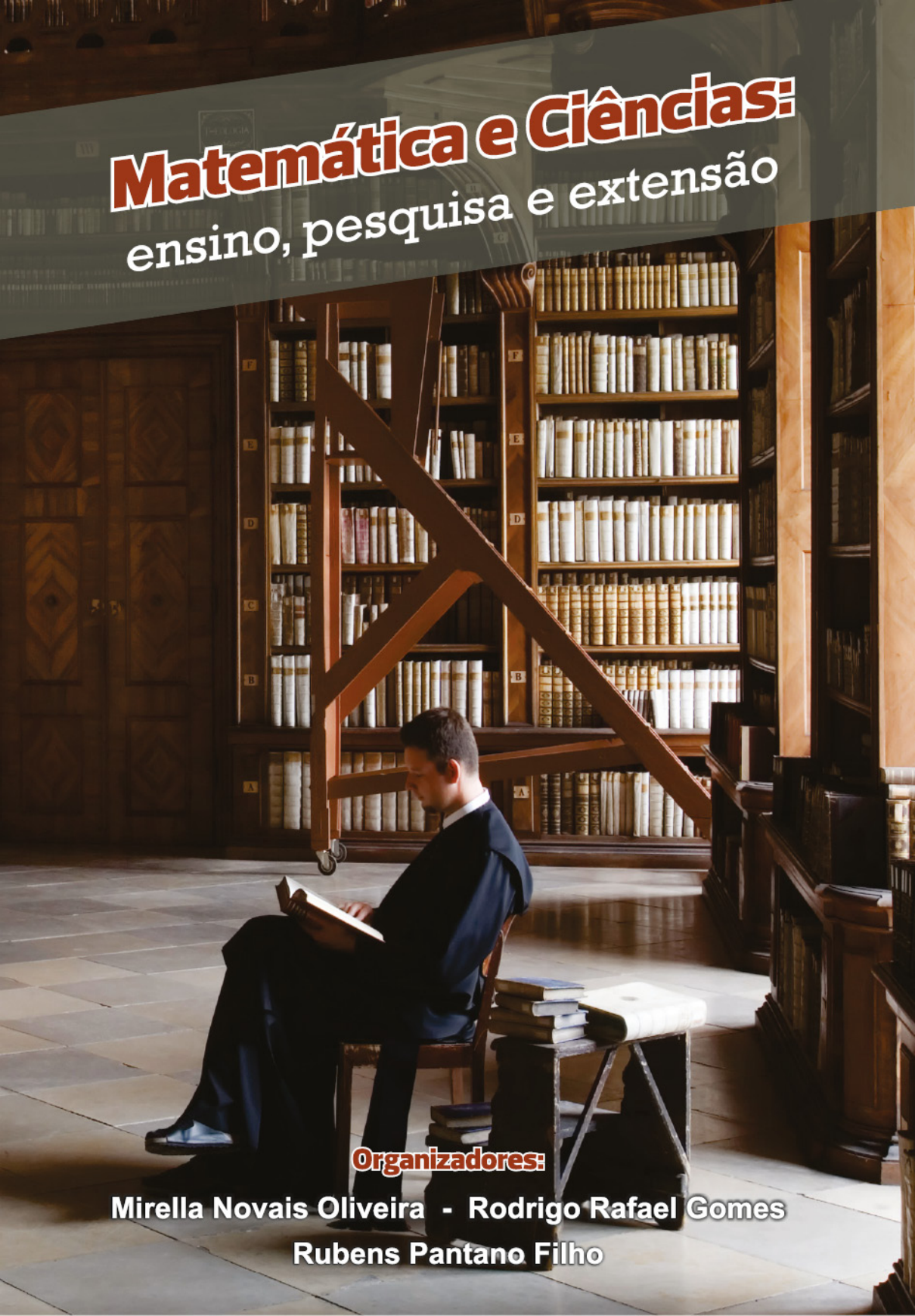
Matemática e Ciências:
ensino, pesquisa e extensão



Organizadores:

Mirella Novais Oliveira - Rodrigo Rafael Gomes

Rubens Pantano Filho

.

Matemática e Ciências: ensino, pesquisa e extensão

2021

Matemática e Ciências: ensino, pesquisa e extensão

Organizadores

Mirella Novais Oliveira

Rodrigo Rafael Gomes

Rubens Pantano Filho

© 2021, FoxTablet

Título: Matemática e Ciências - ensino, pesquisa e extensão

Autores: vários

Organizadores: **Mirella Novais Oliveira**

Rodrigo Rafael Gomes

Rubens Pantano Filho

Imagem da capa: Jorge Royan. **Biblioteca em Stift Göttweig**, 2009. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Austria_-_G%C3%B6ttweig_Abbey_-_2015.jpg. Acessado em: 02 abr. 2021.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

M425 Matemática e ciências [livro eletrônico] : ensino, pesquisa e extensão / Organizadores Mirella Novais Oliveira, Rodrigo Rafael Gomes, Rubens Pantano Filho. – Salto, SP: FoxTablet, 2021.
177 p. : il.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-89010-15-9

1. Matemática. 2. Ciência. 3. Prática de ensino. I. Oliveira, Mirella Novais. II. Gomes, Rodrigo Rafael. III. Pantano Filho, Rubens.
CDD 371.2

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Índices para catálogos sistemáticos:

Proibida a reprodução total ou parcial desta obra, de qualquer forma ou por qualquer meio eletrônico, mecânico, inclusive por meio de processos xerográficos, sem a permissão expressa do editor (Lei nº 9.610, de 19/02/1998).

Todos os direitos desta edição reservados pelos autores.

Rua Toscana, 176 – Bairro Vila Romana – Salto/SP – CEP 13321-440
Tel. (11) 3413-3998 / Cel. (11) 98689-1789

Sumário

Apresentação.....07

Argumentação e demonstração: a tipologia de provas de Balacheff na demonstração do Teorema de Pitágoras.....09
Diana Terezinha Amaro / Lucas Marcelo Consorte Almeida Chaves

As Infâncias e a Educação Infantil: brechas e possibilidades para o ensino Matemático.....25
Camila Petrucci dos Santos Rosa / Larissa Lima Nascimento Costa / Liliane Caroline da Silva Paulino

Língua Portuguesa e Letramento Matemático: entre letras e números nos entendemos.....37
Mirella Novais Oliveira

O conceito de número não-arquimediano segundo Amoroso Costa: primeiras impressões de uma pesquisa.....49
Rodrigo Rafael Gomes

Malba Tahan: uma biografia, um arquivo e o Bom Professor.....63
Claudiana dos Reis de Sousa Morais / Leandro Piazzon Corrêa

O professor de Matemática não trabalha durante a pandemia!.....75
Luiz Ademir Bassani

Desafios da inclusão escolar de uma criança autista sob a perspectiva de seu pai, futuro professor de Matemática.....87
Cesar Alexandre Bassi / Luana Ferrarotto / Iracema Hiroko Iramina Arashiro

O violão: uma abordagem da física básica.....101
Rubens Pantano Filho

A cicloide e o movimento composto.....117
Cláudio Sérgio Sartori / Irval Cardoso de Faria

Metodologias Ativas no Ensino de Ciências no ano de 2020.....135
Brígida Pimentel Villar de Queiroz / Wallesandra Araújo Silva / Amanda Cia Hetzl Agostineto / Gleici Branco / Alexandre Galetti

Química e História: uma introdução sobre a possibilidade de integração de conhecimentos.....151
Marcos Antonino Callegari / William Luís de Campos Carvalho

Açúcar: desenvolvimento através da história e da química.....161
Josias Falararo Pagotto / Vera Amaral Pantano

Apresentação

O Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP – campus Bragança Paulista - tem contemplado anualmente em seu calendário de atividades a realização da Semana da Matemática e Educação Matemática – SEMAT.

Já em sua décima edição, o evento é gratuito e dirigido aos alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática, professores de Matemática, de Ciências da Natureza e demais interessados. Vale ressaltar, que um dos objetivos da semana de estudos é o enriquecimento acadêmico do futuro professor e do professor atuante na Educação Básica.

Durante a SEMAT sempre há oficinas, palestras, espaços para discussões e debates sobre: Matemática e Ciências; o ensino dessas disciplinas; uma Feira de Matemática; e seções de comunicação de trabalhos acadêmicos. Ressalta-se ainda que, estudantes e professores de todos os níveis de ensino podem **submeter trabalhos** para serem apresentados na Feira ou nas seções de comunicação do evento, com publicação nos anais eletrônicos.

Neste ano de 2021, a X SEMAT, a exemplo do que foi feito nos dois anos anteriores, quando foram publicados os livros "**Matemática e Ciências: reflexões e práticas" (2019)** e "**Matemática e Ciências na Sala de Aula" (2020),** contempla o público participante com esta publicação que ora apresentamos, abordando o seguinte tema base: **"Matemática e Ciências: ensino, pesquisa e extensão"**, tendo a realização do evento compreendida entre os dias 11 e 13 de maio de 2021.

Esta obra tem como público-alvo – principalmente – professores, estudantes, pesquisadores e demais interessados nos temas em pauta. Trata-se de uma coletânea que reúne doze capítulos referentes a estudos, pesquisas, reflexões, bem como relatos de práticas de sala de aula, todos de autoria de professores/pesquisadores do IFSP – campus Bragança Paulista, além de docentes convidados de outras instituições de ensino e pesquisa. Alguns dos capítulos

contam também com a participação de estudantes da Licenciatura em Matemática do campus, em coautoria com seus orientadores.

O livro tem por finalidade compartilhar trabalhos e práticas acadêmicas dos autores, considerando que a socialização desses estudos, reflexões e práticas do dia a dia acadêmico/profissional são fundamentais para a promoção do intercâmbio de ideias, indagações e análises, tendo em vista que essa troca estimula o debate acadêmico e a produção de novos conhecimentos. Desse modo, esperamos que os estudos e práticas aqui registrados contribuam para o aperfeiçoamento dos trabalhos docentes e, consequentemente, na melhoria da atuação dos educadores em suas unidades de ensino.

Mirella Novais Oliveira

Rodrigo Rafael Gomes

Rubens Pantano Filho

Argumentação e demonstração: a tipologia de provas de Balacheff na demonstração do Teorema de Pitágoras[1]

Diana Terezinha Amaro[2]

Lucas Marcelo Consorte Almeida Chaves[3]

De que consiste a Matemática? De fórmulas? De aplicações? De resolução de problemas? De demonstrações? Muitos são os estudos que se dedicam a encontrar estratégias para melhorar o ensino da matemática. Mas, seriam as demonstrações matemáticas uma delas? Seria interessante que as justificativas dos teoremas e propriedades fossem apresentadas já na Educação Básica?

A Matemática que vem sido esquadrinhada desde a Grécia antiga desenvolveu-se através da argumentação e demonstração, com o desenvolvimento do raciocínio dedutivo construiu-se a teoria que é composta de elementos (por exemplo, os pontos na Geometria), relações (por exemplo, a relação de congruência), axiomas (sentenças tomadas como verdade sem a requisição de uma demonstração, premissas verdadeiras) e teoremas, proposições e corolários (afirmações que são provadas por meio de uma sequência lógica a partir dos axiomas ou resultados anteriormente demonstrados).

No processo de ensino aprendizagem, Amado, Sanchez e Pinto (2015, p. 643) entendem que a demonstração matemática não deve ser vista como um fim, mas como um meio para promover o processo de ensino e

[1] Este texto é uma produção baseada nas pesquisas do projeto de iniciação científica intitulado "A argumentação/demonstração matemática no ensino da Geometria: uma análise da abordagem da congruência e semelhança de triângulos no Ensino Fundamental II", o qual integrou o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica e Tecnológica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (PIBIFSP) e foi desenvolvido pelos autores durante o segundo semestre de 2020.

[2] Mestre em Matemática. Docente no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP - Campus Bragança Paulista. E-mail: dianatamaro@ifsp.edu.br

[3] Discente do 7º semestre do Curso Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP - Campus Bragança Paulista. E-mail: lucas.consorte@aluno.ifsp.edu.br

aprendizagem, devendo o professor apresentar tarefas que propiciem aprendizagens em contextos favoráveis à discussão de ideias e à formulação de conjecturas.

> Se um dos objetivos principais do ensino da matemática nos ensinos básico e secundário é permitir aos alunos adquirir uma compreensão viva do que é a matemática, incluindo a sua relevância, evolução histórica e características no momento presente – é indispensável que os alunos experimentem e interiorizem o caráter distintivo da matemática como ciência, ou seja, a natureza do raciocínio dedutivo e mesmo a estrutura axiomática das suas teorias. Com efeito, a matemática não é uma ciência experimental. As suas teorias e as 'verdades' que elas afirmam – que têm um caráter relativo – não se constroem nem se comprovam pela repetição de experiências, mas pela demonstração (VELOSO, 1998, p. 360- 361 *apud* AMADO; SANCHEZ; PINTO, 2015, p. 643).

Contudo, para a Matemática, o que é demonstrar? De Villiers (2001, p. 33) afirma que para o matemático profissional, mais que um meio de verificação de um resultado já descoberto, a demonstração é também, muitas vezes, um processo de explorar, analisar, descobrir e inventar novos resultados. Mariotti (2006, p. 195) *apud* Neto (2010, p. 95) reitera essa ideia, afirmando que a demonstração colabora para que o conhecimento seja construído.

Boavida (2005, p. 07) defende que a educação que promove a argumentação matemática "é um objetivo democrático decisivo, pelo que importa pensá-la não apenas pelo ângulo intelectual, mas também pelo social e ético".

Para Amado, Sanchez e Pinto (2015, p. 638), a demonstração é a base da compreensão em Matemática e é essencial para desenvolver, criar e comunicar o conhecimento matemático e a sua introdução tardia na sala de aula pode trazer dificuldades na forma de pensar dedutivamente, tanto em tarefas que exigem raciocínio dedutivo quanto em outras tarefas. Nesse sentido, ao citar outras pesquisas, os autores defendem que a demonstração deve fazer parte da experiência de todos os alunos e estar presente em todos os níveis de ensino.

Por outro lado, Boavida (2005, p. 05) alerta que abordar as demonstrações matemáticas em sala de aula é uma vertente do raciocínio matemático que coloca sérias dificuldades aos alunos, que muitas vezes não entendem o motivo pelo qual se constrói a demonstração de uma dada propriedade.

> Os alunos não compreendem a necessidade da prova, não lhe reconhecem valor, não se apercebem do poder explicativo que pode ter e, frequentemente, não conseguem encontrar sentido nos raciocínios demonstrativos, que surgem aos seus olhos como algo de estranho e obscuro. (BOAVIDA, 2005, p. 05)

Para Hanna (1996, p. 22) como a demonstração é, antes de qualquer coisa, um instrumento explicativo e exerce o seu papel como forma última de justificação matemática, os alunos devem estar familiarizados com padrões de argumentação matemática, concluindo que embora não seja fácil ensinar a reconhecer e a produzir argumentos válidos de um ponto de vista matemático, este é "um desafio que não podemos evitar".

Por tudo isso, entendemos que a demonstração no contexto do ensino da matemática em todos os níveis da Educação Básica faz-se de extrema importância. Evidentemente, não é adequado esperar que estudantes dos anos iniciais, por exemplo, compreendam demonstrações rebuscadas e complexas. Como, então, trabalhar a demonstração matemática nestas etapas iniciais?

Num primeiro olhar, argumentação e demonstração matemática aparentam ser sinônimos, porém o estudo mais cuidadoso acerca desse tema não confirma esta hipótese. Caldato, Utsumi e Nasser (2018, p. 81) em uma pesquisa cujo objetivo era investigar a visão de alunos e professores sobre argumentação e demonstração matemática na Educação Básica, à luz da tipologia de provas de Balacheff (1988), constatou que os termos argumentação, explicação e demonstração eram assimilados como sinônimos em sala de aula. Contudo, Boavida (2005, p. 37) pontua que "Argumentar pressupõe diálogo, discussão, escuta e a sua finalidade é obter daquele(s) a quem se dirige quem argumenta, a adesão a determinadas teses, pelo que não pode ser concebida de uma maneira impessoal e não situada." Assim, argumentar é mais amplo que demonstrar.

A autora em sua tese de doutorado pesquisou a respeito da argumentação e com base nos trabalhos de Perelman (1992), elaborou uma tabela que trata das diferenças entre argumentação e demonstração:

Tabela 1 - Demonstração *versus* argumentação.

Itens considerados	**Demonstração**	**Argumentação**
Finalidade	Preocupa-se com a verdade abstracta, categórica ou hipotética; procura-se provar a verdade da conclusão a partir da verdade das premissas.	Não se preocupa com a verdade abstracta, categórica ou hipotética, mas com a adesão; procura-se transferir para a conclusão a adesão concedida às premissas.
Linguagem	Artificial; é exigida uma definição precisa dos termos com que se opera e uma eliminação prévia de toda a ambiguidade.	Comum ou adaptada às necessidades de uma ou de outra disciplina; a ambiguidade não se encontra previamente excluída.
Relação com os sujeitos	É independente de qualquer sujeito, podendo mesmo ser efectuada por uma máquina. A avaliação das conclusões que o orador apresenta é independente da ideia que o auditório tem deste.	Não pode ser concebida de uma maneira impessoal. Há uma interacção constante entre quem argumenta e o auditório. É necessariamente situada e, essencialmente, comunicação, diálogo, discussão.
Valor	Correcta, logo constringente, forçosa, necessária, ou incorrecta, logo sem valor. A demonstração correta é a que está em conformidade com as regras explicitadas em sistemas formalizados. Raciocina-se sempre no interior de um dado sistema supostamente admitido. Os axiomas não estão em discussão; não há qualquer preocupação em saber se são ou não aceitas pelo auditório.	Pode ter mais ou menos força, ser mais ou menos plausível, mas não é correta ou incorrecta. O ponto de partida são factos, princípios, opiniões, lugares, valores admitidos pelo auditório. Tudo pode ser sempre recolocado em questão; as premissas são frágeis.
Amplitude	A demonstração de uma proposição dispensa e torna supérfluas outras demonstrações.	Nunca se sabe ao certo e antecipadamente qual o limite para a acumulação útil de argumentos.

Itens considerados	Demonstração	Argumentação
Ordem	Não é importante a ordem pela qual são apresentados os axiomas e etapas desde que o encadeamento possa ser percorrido utilizando as regras de inferência adotadas.	A ordem pela qual se apresentam e dispõem os argumentos é da máxima importância para os efeitos produzidos pela argumentação.

Fonte: BOAVIDA, 2005, p. 36.

Balacheff (1988) elaborou uma tipologia de provas em que classifica quatro tipos de provas em dois níveis denominadas provas pragmáticas e provas conceituais. A primeira pode ser compreendida como aquela que recorre à ação ou exibições reais, enquanto a segunda, a que não envolve ação e se baseia em formulações das propriedades em questão e nas relações entre elas. A respeito da demonstração, Balacheff (1988) afirma que para que o aluno possa compreender o significado e desenvolver uma demonstração, é preciso que ele atinja o quarto nível, classificado como experiência mental (BALACHEFF,1988 *apud* CALDATO; UTSUMI; NASSER, 2018, p. 90).

Nas provas pragmáticas encontramos o empirismo ingênuo, o qual, segundo Balacheff (1988, p. 218), consiste em afirmar a verdade de um resultado após a verificação de vários casos, e encontramos também um outro tipo de prova denominada experiência crucial. Nessa experiência o resultado permite fazer uma escolha entre duas hipóteses, as quais foram elaboradas de modo que a verificação de cada uma delas leve a conclusões claramente diferentes. Portanto, esse tipo de validação se difere do empirismo ingênuo, porque nessa fase o aluno coloca explicitamente o problema da generalidade e o resolve apostando tudo em um caso particular.

> O exemplo genérico envolve explicitar as razões da verdade de uma asserção por meio de operações ou transformações em um objeto que não existe por si mesmo, mas como um representante característico de sua classe. O relato envolve as propriedades e estruturas características de uma classe, enquanto o faz em termos de nomes e ilustração de um de seus representantes. (BALACHEFF, 1988, p. 219)
>
> O experimento mental invoca a ação internalizando-a e destacando-se de uma representação particular. Ainda é colorido por um desenvolvimento temporal anedótico, mas as operações e relações

> fundamentais da prova são indicadas de alguma outra forma que não pelo resultado de seu uso, algo que é o caso do exemplo genérico. (BALACHEFF, 1988, p. 219)

Podemos resumir tipologia de provas de Balacheff (1988), associando-a às definições de argumentação e demonstração matemática encontradas em Boavida (2005, p. 27-54), por meio da seguinte tabela:

Tabela 2 - Argumentação e demonstração na tipologia de provas de Balacheff (1988).

Provas Pragmáticas (Argumentação)		**Processo de Transição (Demonstração)**	**Provas Intelectuais (Demonstração)**
Empirismo ingênuo	**Experiência crucial**	**Exemplo genérico**	**Experiência mental**
É baseado na observação e verificação de poucos casos	Verifica-se a realização de um experimento particular, para afirmar a verdade de uma proposição. Ela se difere da anterior pois aqui podemos enxergar a evidência de generalização.	A validação ocorre tomando-se um representante da classe de objetos para explicar a validação de uma proposição. O objetivo é deduzir as características que representam esta classe, além de explicitar as razões que validam a propriedade, as quais são concluídas a partir da manipulação.	Baseia-se no raciocínio lógico dedutivo para garantir a veracidade de uma propriedade de forma genérica, em que "a validação de uma proposição é sustentada pela teoria" e não por exemplos ou casos particulares.

Fonte: Elaboração própria.

Visando uma melhor compreensão dessa tipologia de provas construímos uma simulação de argumentação/demonstração. Classificamos alguns estágios do desenvolvimento da demonstração do Teorema de Pitágoras (o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos) de acordo com a tipologia de Balacheff (1988). Escolhemos esse teorema, porque no seu desenvolvimento é possível destacar de forma clara cada fase da tipologia de provas de Balacheff (1988).

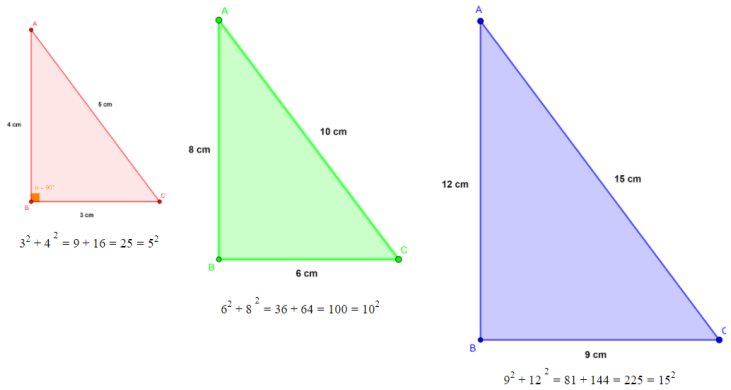
Tipificação da demonstração do Teorema de Pitágoras segundo Balacheff (1988)

Apresentamos abaixo quatro simulações de desenvolvimento do Teorema de Pitágoras onde é solicitado o seguinte: "Prove que em qualquer triângulo retângulo a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa". Longe de esgotar as possibilidades de desenvolvimento dos tipos de provas de Balacheff (1988), nosso objetivo é promover um entendimento mais claro da tipologia de provas de Balacheff (1988) por meio da exposição de apenas um exemplo.

a) Empirismo ingênuo

Esta primeira simulação é baseada na observação e verificação de poucos casos e, portanto, pode ser entendida como "Empirismo ingênuo" (BALACHEFF, 1988). O aluno pensa em desenvolver esta demonstração e para isso desenha num software de geometria dinâmica (por exemplo, o GeoGebra) o triângulo ABC retângulo em B, exibe as medidas dos lados e verifica o Teorema de Pitágoras para três casos específicos.

Figura 1 - Empirismo ingênuo - Demonstração do teorema de Pitágoras.



Fonte: Elaboração própria

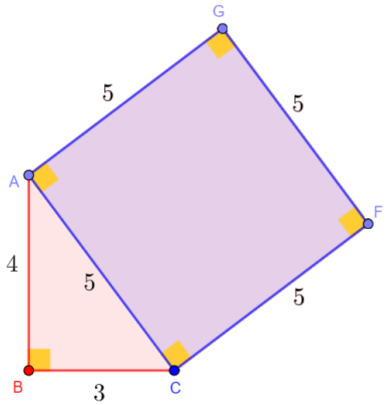
Podemos perceber que essa fase do desenvolvimento na argumentação desse teorema trata-se do empirismo ingênuo, pois o aluno observou e verificou poucos casos e dessa forma concluiu, com base nesse número pequeno de experimentos, que o teorema é válido.

b) Experiência crucial

Utilizando um software de geometria dinâmica (por exemplo, o GeoGebra) o aluno começa a refletir mais sobre esse enunciado e observa

que 5^2 corresponde à área de um quadrado de lado 5. Lembra-se então, do exemplo do triângulo de medidas 3,4 e 5, e entende que a hipotenusa ao quadrado pode ser compreendida como a área do quadrado de lado com medida 5 e, então, constrói a seguinte figura:

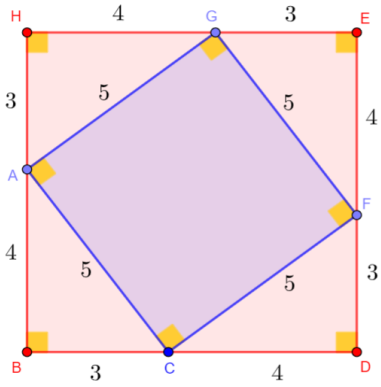
Figura 2 - Experiência crucial (I) - Demonstração do Teorema de Pitágoras.



Fonte: Elaboração própria

O aluno observa também que, a partir desta figura, é possível formar um quadrado maior, de lado 3+4=7 "encaixando" mais três triângulos congruentes ao triângulo ABC da seguinte forma:

Figura 3 - Experiência crucial (II) - Demonstração do teorema de Pitágoras.

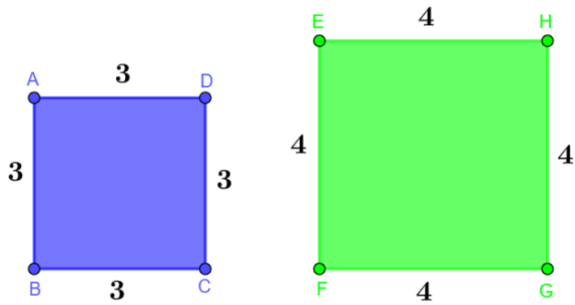


Fonte: Elaboração própria

Logo, a área do quadrado BDEH, que é 7^2, pode ser reescrita como a soma da área do quadrado ACFG com as áreas dos triângulos retângulos com catetos 3 e 4. Ou seja, $7^2 = 5^2 + 4 \cdot (\frac{3 \cdot 4}{2})$.

Por outro lado, o estudante reflete que também 3^2refere-se à área de um quadrado de lado 3 e o 4^2pode ser entendido como a área de um quadrado de lado 4. Então, com o uso do GeoGebra ilustra dois quadrados, um de lado 3 e outro de lado 4.

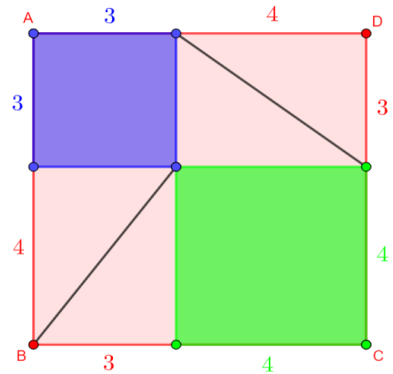
Figura 4 - Experiência crucial (III) - Demonstração Teorema de Pitágoras.



Fonte: Elaboração própria.

Manipulando os quadrados de lados 3 e 4, percebe que também é possível formar um quadrado de lado 7, desde que sejam acrescidos dois retângulos de dimensões 4 e 3. Por sua vez, cada um dos retângulos pode ser dividido em dois triângulos retângulos de catetos 3 e 4, gerando a seguinte figura:

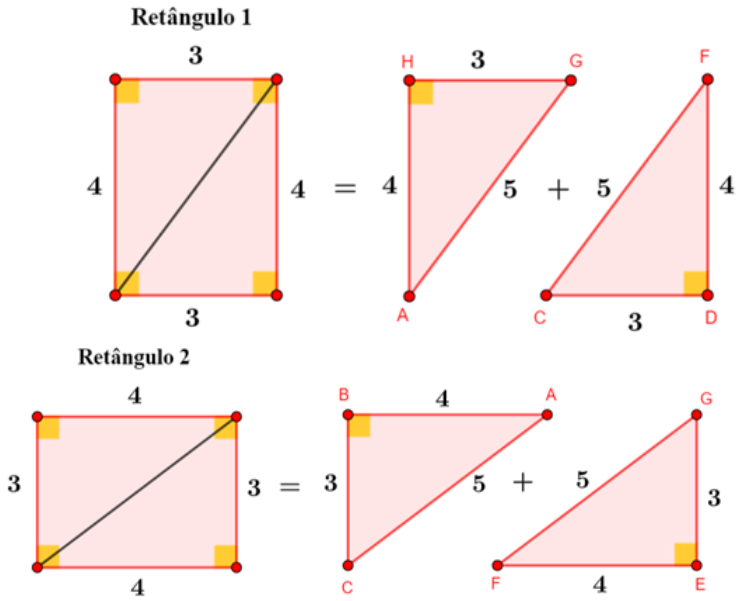
Figura 5 -Experiência crucial (IV) - Demonstração Teorema de Pitágoras.



Fonte: Elaboração própria.

Comparando os triângulos retângulos obtidos ao traçar as diagonais dos retângulos com os quatro triângulos da figura 03, o estudante faz a seguinte observação:

Figura 6 -Experiência crucial (VI) - Demonstração Teorema de Pitágoras.



Fonte: Elaboração própria.

Esta observação o leva a concluir que a área dos quatro triângulos da figura 03 e a área dos dois retângulos da Figura 05 são iguais. Dado que a área do quadrado de lado 7 é sempre a mesma, resulta que a área do quadrado de lado 5 é igual à soma das áreas dos quadrados de lados 3 e 4, ou seja, $5^2 = 3^2 + 4^2$.

Nessa etapa, há a realização de um experimento particular (caso triângulo retângulo de lados com medidas 3, 4 e 5) e busca-se validar a verdade dessa proposição não mais verificando vários casos particulares, mas sim com um experimento que dá pistas de que pode ser repetido em outros casos (indício de generalização).

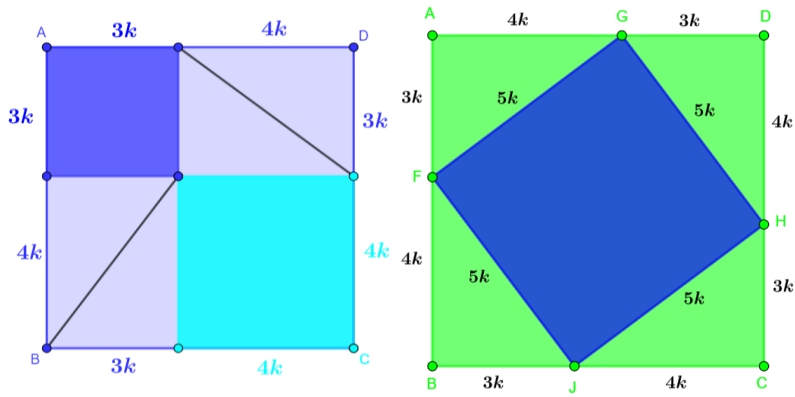
c) Exemplo genérico

O estudante passa a tentar entender o porquê das observações feitas na experiência crucial. Para isso, reflete sobre um grupo de triângulos retângulos: os triângulos retângulos de lados 3, 4 e 5 e seus semelhantes.

Na organização da Figura 03, o estudante nota que os triângulos AHG, FEG, FDC e CBA são congruentes pelo caso lado-ângulo-lado, logo, os segmentos [AG], [GF], [FC] e [CA] são congruentes. Por outro lado, como os ângulos $H\hat{A}G$ e $B\hat{A}C$ são complementares (assim como seus correspondentes nos demais triângulos), resulta que os ângulos $G\hat{A}C$, $A\hat{C}F$, $C\hat{F}G$ e $F\hat{G}A$ são retos. Dessa forma, conclui que o quadrilátero ACFG é um quadrado, cuja área é 5^2. Para casos de triângulos que sejam semelhantes ao triângulo retângulo 3, 4 e 5, observa que o mesmo raciocínio se aplica, uma vez que triângulos semelhantes possuem todos os ângulos congruentes e os lados com medidas proporcionais.

Refletindo sobre a Figura 06, percebe que ao traçar a diagonal dos retângulos, obtém triângulos retângulos com catetos 3 e 4 e, portanto, congruentes pelo caso lado-ângulo-lado aos triângulos retângulos da Figura 03 e, que, portanto, possuem áreas iguais. O mesmo raciocínio é válido para triângulos semelhantes ao triângulo 3, 4 e 5, cujos lados tem medidas $3k, 4k$ e $5k$, em que k é a razão de semelhança.

Figura 7 -Exemplo genérico (I) - Demonstração Teorema de Pitágoras.



Fonte: Elaboração própria.

Portanto, compreende-se que, nesses casos, sempre é possível, por igualdade de áreas, concluir que: $(k \cdot 5)^2 = (k \cdot 3)^2 + (k \cdot 4)^2$.

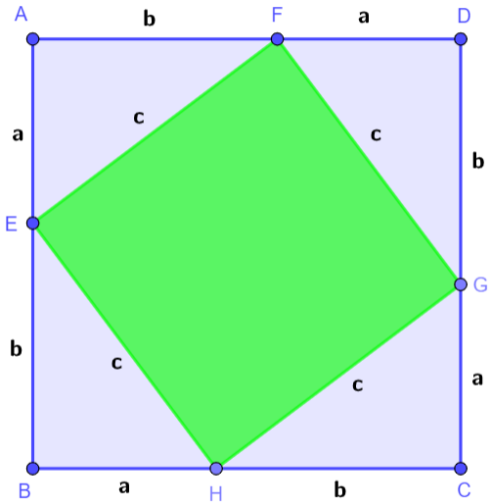
Apesar de a argumentação apresentada neste exemplo tratar apenas de uma classe de objetos – os triângulos semelhantes ao triângulo retângulo de lados com medidas 3, 4 e 5 – há uma busca para entender as justificativas de cada passo da construção elaborada. Mesmo não sendo uma justificativa suficiente de que o Teorema de Pitágoras é válido para todo e qualquer

triângulo retângulo, o entendimento proporcionado por esta busca contribui significativamente para a construção da demonstração do caso geral, pois ao perguntar-se o porquê de cada um dos passos da argumentação lógica apresentada levantam-se quais destes são válidos também para o caso geral.

d) Experiência mental

Com base nas experiências anteriores, o estudante agora propõe verificar o Teorema de Pitágoras para todo e qualquer triângulo retângulo e, refletindo sobre a sua experiência crucial, percebe que talvez essa possa ser generalizada. Assim, construindo um quadrado de lado $a + b$, com ae b números reais positivos quaisquer, observa que os quatro triângulos na figura abaixo são congruentes entre si. E, portanto, com a mesma área $\frac{b \cdot a}{2}$. Com isso, conclui que a área do quadrado $ABCD$ é igual a área do quadrado EFGH somada à área dos quatro triângulos congruentes entre si. Então, se chamando x a medida do lado do quadrado $ABCD$, obtém que $x^2 = c^2 + 4 \cdot (\frac{b \cdot a}{2}) = c^2 + 2 \cdot b \cdot a$ (I).

Figura 8 -Experiência mental (I) - Demonstração Teorema de Pitágoras.

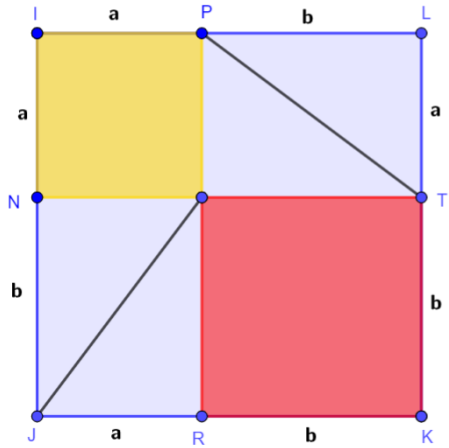


Fonte: Elaboração própria.

Por outro lado, o discente percebe que também pode interpretar a área do quadrado $ABCD$com base na soma das áreas dos polígonos

destacados na figura abaixo. E, por consequência, pode escrever que $x^2 = b^2 + a^2 + 2 \cdot a \cdot b$ (II).

Figura 9 -Experiência mental (II) - Demonstração Teorema de Pitágoras



Fonte: Elaboração própria.

Comparando as equações (I) e (II), o educando conclui, então, a demonstração do Teorema de Pitágoras para todo triângulo retângulos cuja hipotenusa mede c, $c^2 + 2 \cdot b \cdot a = b^2 + a^2 + 2 \cdot a \cdot b \Rightarrow c^2 = b^2 + a^2$.

Nesse caso, podemos dizer que temos a experiência mental, porque o que sustenta a demonstração exposta é a teoria, e não um experimento ou caso particular, como os anteriores. Contudo, vale destacar que, nesses exemplos, podemos perceber a importância de cada uma das etapas iniciais da tipologia de Balacheff (1988) para que o discente pudesse desenvolver a experiência mental de forma clara, entendendo cada um dos encadeamentos lógicos da demonstração.

Considerações finais

O estudo de Balacheff (1988) e Boavida (2005) nos levam a entender que o empirismo ingênuo e a experiência crucial referem-se à argumentação matemática, um processo que levará a alcançar a demonstração. Entendemos o exemplo genérico como um processo de transição que, em nossa abordagem, dizemos que é a passagem da argumentação para a demonstração, ou seja, é quando temos "a passagem de uma verdade afirmada com base em uma declaração de fato para uma de com afirmação baseada em razões" (BALACHEFF, 1988, p.228).

> Passar do primeiro tipo de prova para o último depende de uma construção linguística que envolve um reconhecimento e uma diferenciação entre os objetos e as relações envolvidas na solução do problema; em outras palavras, uma construção cognitiva. (BALACHEFF 1988, p. 229)

Por fim, a experiência mental caracteriza-se, então, pela construção de uma demonstração matemática. Concluímos que, tanto a argumentação quanto a demonstração são importantes para o desenvolvimento na forma de pensar do estudante e, portanto, deve ser estimulada desde os anos iniciais, na forma que melhor se adeque. Levando para a sala de aula situações que promovam o desenvolvimento de um dos tipos de provas, como, por exemplo, ocasiões em que o empirismo ingênuo possa ser estimulado. Muitas vezes o início do processo de reflexão inicia-se com a simples pergunta: como você chegou a esta conclusão? Por que ela está correta?

A competência da argumentação matemática está prevista na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017, p. 267), a qual relaciona essa competência como parte integrante do letramento matemático.

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e **argumentar matematicamente**, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).(BRASIL, 2017, p. 267)

Por tudo isso, tem-se que tanto a argumentação quanto a demonstração são importantes para o desenvolvimento na forma de pensar do estudante. Sendo assim, a argumentação e a demonstração devem ser estimuladas desde os anos iniciais, na forma que melhor se adequar, ou seja, como foi apresentado na tabela que resume a tipologia de provas de Balacheff podemos perceber que existe um processo para que os estudantes alcancem o quarto nível de prova, em outras palavras, para que cheguem a desenvolver uma demonstração. Com isso, entendemos que todos os estágios da tipologia são igualmente importantes no desenvolvimento

matemático e que, portanto, cada estágio, compatível com a idade do estudante, deve ser fomentado na Educação Básica.

Referências

AMADO, N.; SANCHEZ, J.; PINTO, J. A Utilização do Geogebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler. Bolema. **Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 52, p. 637-657, 2015. Disponível em: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/8842. Acesso em 06 jun. 2020.

BALACHEFF, Nicolas. Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. **Mathematics, teachers and children**, v. 216, p. 235, 1988.

BOAVIDA, A. M. R. **A argumentação em Matemática**: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração, 2005. 1 recurso online (975 p.). Tese (doutorado) - Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências - Departamento de Educação, Lisboa. Disponível em: http://hdl.handle.net/10451/3140. Acesso em: 05 jun. 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base. Acesso em: 30 jun. 2020.

CALDATO, João; UTSUMI, Miriam Cardoso; NASSER, Lilian. Argumentação e demonstração em matemática: a visão de alunos e professores. **Revista Triângul**o, v. 10, n. 2, p. 74-93, 2018.

DE VILLIERS, M. Papel e funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad. In: **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 62, p. 31-36, mar./abr. 2001.

HANNA, G. The ongoing value of proof. Em Puig, L. & Guitiérrez (Ed.). *In:* **Actas da 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education** (pp. 21-34). Valência, 1996.

MARIOTTI, M.A. Proof and proving in mathematics education, en A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.). *In:* **Handbook of research on the psychology of mathematics education**. Past, present and future (pp. 173-204). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers, 2006.

NETO, T. Diferentes enfoques teóricos de investigação sobre o ensino e aprendizagem da demonstração em geometria. In: M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), **Investigación en Educación Matemática XIV** (pp. 87-113). Lleida: SEIEM, 2010.

PERELMAN, C. Lógica formal e lógica informal. **Caderno de Filosofias**: Argumentação, Retórica, Racionalidades, 5, 11-20, 1992.

VELOSO, E. **Geometria** - Temas Actuais. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

As Infâncias e a Educação Infantil: brechas e possibilidades para o ensino Matemático

Camila Petrucci dos Santos Rosa[4]
Larissa Lima Nascimento Costa[5]
Liliane Caroline da Silva Paulino[6]

Quando pensamos no ensino matemático na Educação Infantil, debates e ideias relevantes têm sido cada vez mais fomentados. Há uma premissa historicamente construída pelo senso comum na qual acredita que a matemática possa ser trabalhada pedagogicamente de uma maneira simplista, mecânica e/ou superficial nessa etapa de ensino. Mesmo com isso, esse tipo de concepção a qual tem em vista uma transmissão de conhecimentos já está mais do que ultrapassada no âmbito educacional. Fica-se evidente que o processo de ensino e aprendizagem é feito e fundamentado por relações humanas. Assim como Paulo Freire (1991; 1979; 1987) nos apontou, uma educação que considera que os educandos são meros depósitos de conteúdo, estabelece relações, tanto entre os sujeitos como com os próprios objetos de conhecimento, de forma opressora.

O que queremos ressaltar com alguns desses apontamentos sobre/com as práticas educativas, sobretudo quando pensamos na educação matemática para/na primeira infância, é para que pensemos sobre as possibilidade de romper alguns sentidos canônicos de práticas educativas, tais quais acreditam que o ensino matemático está, apenas, em ações como a repetição numérica mecânica, a insistência de prática de grafias por cima de pontilhados e/ou fazer classificações a partir apenas na quantidade de meninos e/ou meninas presentes na sala.

[4] Professora de Educação Infantil da Prefeitura Municipal de Campinas. Licenciada em Pedagogia - UNESP - Campus/Bauru. Mestranda em Educação Acadêmica - UNICAMP. E-mail: cpetruccirosa@gmail.com.

[5] Professora de Educação Infantil da Prefeitura Municipal de Campinas/SP. Licenciada em Pedagogia - UNIPAMPA. Mestra em Educação - UFPEL/RS. E-mail: lari.limacosta@gmail.com.

[6] Professora de Educação Infantil da Prefeitura Municipal de Campinas. Licenciada em Pedagogia pela Universidade do Vale do Sapucaí/MG. Pós graduada em Pedagogia Empresarial - METROCAMP e em Psicopedagogia Institucional pela FAC - Campinas. E-mail: lilianecsilvapaulino@gmail.com.

As práticas matemáticas educativas na educação infantil não podem, nem devem, se limitar em ações que desconsiderem as relações que os educandos estão fazendo tanto com seus pares, como com os objetos de conhecimento. Nesse sentido, entendemos que as práticas educativas devem estar mobilizadas por ações que propiciem, oportunizem, procurem criar possibilidades para que as crianças tenham experiências com os objetos de ensino de aprendizagem. Aqui, entendemos como experiência, aquilo que Larrosa (2002) irá nos dizer:

> A experiência é o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca. Não o que se passa, não o que acontece, ou o que toca. A cada dia se passam muitas coisas, porém, ao mesmo tempo, quase nada nos acontece. Dir-se-ia que tudo o que se passa está organizado para que nada nos aconteça. Walter Benjamin, em um texto célebre, já observava a pobreza de experiências que caracteriza o nosso mundo. Nunca se passaram tantas coisas, mas a experiência é cada vez mais rara. (p. 21)

Tendo em vista o que Benjamin (1994) irá falar em seu ensaio Experiência e Pobreza, temos como objetivo com esse artigo mobilizar práticas sobre/com o ensino da matemática na Educação Infantil, tomando como pressuposto de que nossos atos responsivos (BAKHTIN, 2003; 2010), enquanto educadores acontecem para oportunizar práticas educativas no ensino matemático na Educação Infantil, as quais podem mobilizar experiências para/com os educandos. Para que isso seja possível, temos uma abordagem teórica metodológica, a qual trará os saberes das experiências vividas por meio da escrita narrativa (BRAGANÇA, 2006; CERTEAU, 1994; LIMA *et. al*., 2015). Assim, em uma primeira seção deste artigo faremos um breve sobrevoo nas articulações entre infâncias, seu contexto histórico e o ensino da matemática na Educação Infantil. Já em um segundo momento, iremos trazer a narrativa da experiência que a terceira autora teve em sua prática docente com ações educativas, que envolvem o ensino matemático nessa etapa de ensino, a qual evidencia uma escuta atenta e uma educação que tem como pressuposto a realidade de cada um dos educandos componentes da sua sala de aula. Por fim, mas não para acabar, na última seção deste artigo, faremos uma interpretação hermenêutica quanto à experiência docente narrada, tendo em vista que neste artigo, não buscamos "passar receitas de bolo" prontas relativo ao ensino matemático e sim, potencializar práticas que tenham em vista o desenvolvimento integral infantil, assim como uma educação como prática de liberdade.

Breve articulação entre infância, contexto histórico e o ensino da Matemática na Educação Infantil

Para discorrermos sobre práticas, experiências e vivências matemáticas atuais na Educação Infantil, é preciso que retomemos alguns momentos importantes que constituem a infância, o contexto histórico do ensino da matemática voltado para as crianças, pensando propriamente às da Educação Infantil. Nesta seção, então, abordaremos brevemente movimentos históricos, sociais e políticos que nos auxiliam a pensar sobre a articulação proposta.

Primeiramente, antes de debruçarmos sobre o campo do ensino da matemática, é preciso apresentarmos e dialogarmos com algumas concepções sobre infâncias, uma vez que falar sobre o lugar e o papel social que as crianças determinam e possuem ainda é um debate recente.

O historiador francês Philippe Ariès é considerado um dos principais pensadores sobre as concepções de infância. Sua obra *História Social da Criança e da Família*, de 1978, é um marco na história dos estudos sobre as infâncias, pois Ariès, por meio de pesquisas com diversos tipos de documentos/fontes (como obras de arte, músicas, diários, fotos), pode traçar um sentido na história do referido tema. De acordo com o autor, o significado de infância está relacionado com a demarcação temporal histórica das crianças. Ou seja, o tempo cultural, social, econômico em que as crianças estão situadas determinam sua condição (sua infância).

O estudo de Philippe Ariès movimenta diversas reflexões acerca das infâncias de ontem, as quais nos fazem compreender as do presente. Teóricos mais recentes como os portugueses Manuel Jacinto Sarmento e Manuel Pinto se apropriam do estudo de Ariès para criar uma nova concepção de infância. Para os estudiosos lusitanos as crianças são consideradas como atores sociais de pleno direito, o que "[...] implica o reconhecimento da capacidade de produção simbólica por parte das crianças e a constituição das suas representações e crenças em sistemas organizados, isto é, em culturas" (SARMENTO e PINTO, 1997, p. 6). Partindo dessa ideia, a qual as crianças são tratadas como protagonistas da sua história e cultura, não podemos mais falar de somente uma infância demarcada temporalmente, mas sim em diversas infâncias e, em concomitante, surge um novo campo teórico, a sociologia da infância, que vai buscar compreender as diversas manifestações e produções infantis em suas determinadas culturas.

A história das infâncias nos espaços institucionalizados de aprendizagem, com o foco na Educação Infantil, no contexto brasileiro também é um palco para muitas discussões e adequações de nomenclatura e

estrutura no sistema educacional. Vamos centrar tal discussão aqui a partir do momento de redemocratização do país especificamente a partir da promulgação da carta magna de 1988.

A partir da Carta Magna de 1988, as crianças do Brasil possuem direitos básicos, assim especificados:

> Art. 277. É dever da família, da sociedade e do Estado assegurar à criança, ao adolescente e ao jovem, com absoluta prioridade, o direito à vida, à saúde, à alimentação, à educação, ao lazer, à profissionalização, à cultura, à dignidade, ao respeito, à liberdade e à convivência familiar e comunitária, além de colocá-los a salvo de toda forma de negligência, discriminação, exploração, violência, crueldade e opressão. (BRASIL, 1988)

A partir de tais ideais presentes na Constituição e a partir dos avanços preconizados pela Convenção sobre os Direitos da Criança das Nações Unidas, adotados em novembro de 1989 houve a necessidade de estruturar os direitos (como saúde, alimentação, moradia, família, garantindo seu pleno desenvolvimento) e os deveres das crianças e adolescentes do Brasil. E, assim, em 13 de junho de 1990 surge o Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), em forma da lei nº 8.069.

Em 1996 é promulgada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileiro (LDB) 9.394, a qual aponta a Educação Infantil como a primeira etapa da Educação Básica que "tem como finalidade o desenvolvimento integral da criança de até 5 (cinco) anos, em seus aspectos físico, psicológico, intelectual e social, complementando a ação da família e da comunidade" (BRASIL, 1996, s/p.). Tal etapa compreende crianças de zero a cinco anos, sendo que a idade obrigatória para matrícula se inicia a partir dos quatro anos de idade. Para Tortora (2019, p. 32) "essa nova forma de conceber a Educação Infantil traz também uma nova forma de ver a criança. Agora, os pequenos são vistos como sujeitos com direitos e as características da infância devem ser consideradas nesse contexto educacional", o qual compactua com a concepção de infância já abordada por Sarmento e Pinto (1997).

Buscando articular o fazer cotidiano matemático com os sujeitos envolvidos, nos apoiamos nos dizeres de Lopes e Alves (2014, p. 321), os quais alegam que "a constituição dos saberes matemáticos está intimamente ligada à cultura [...]" e assim os processos da sua evolução estão atrelados ao desenvolvimento humano ao longo do tempo. Através desses movimentos de saberes, podemos conceber a História da Matemática

articulada, também, ao desenvolvimento social, econômico, cognitivo, cultural, entre outros. Sendo assim, já antecipamos a importância de traçarmos uma proposta metodológica de ensino pautada na contextualização dos fatos com as abordagens matemáticas e com os contextos educativos de cada sala de aula.

Com o passar dos anos é possível observarmos transformações no ensino de matemática que ainda tratam o conhecimento ensinado na escola de forma descontextualizado da realidade de nossas crianças, o que afeta diretamente na apropriação do conhecimento e da habilidade lógica e matemática. Para D'Ambrósio (1999, p. 97).

> Desvincular a matemática das outras atividades humanas é um dos maiores erros que se pratica particularmente na educação da Matemática. Em toda a evolução da humanidade, as ideias matemáticas vêm definindo estratégia de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumento para esse fim e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para própria existência.

No universo infantil, o lúdico, através de brincadeiras, jogos, improvisos são elementos que propiciam interações e significações com habilidades matemáticas. Para Tortora (2019, p. 37) "a criança está imersa em um mundo de conhecimentos matemáticos desde o nascimento e acaba interagindo com eles cotidianamente, o que gera uma experiência pessoal com a matemática", o qual, na Educação Infantil, podemos transformar experiências em potentes vivências e situações de aprendizagens.

Na seção a seguir apresentamos uma experiência do cotidiano de uma turma de Educação Infantil em um contexto narrativo repleto de investigações e suposições que explora elementos da educação matemática.

Anão, Gigante e Curupira pisando no chão da escola: possibilidades a serem tecidas

Cotidianamente nos deparamos com questões em relação à linguagem matemática na rotina escolar, as crianças e educadores têm contato com grandezas, medidas, números, comparações, gráficos, sequências e outras infinidades de situações que nos levam a refletir sobre a legitimidade e especificidade do trabalho com matemática na Educação Infantil. Para Smole (2000), a escola deve atuar como um ambiente problematizador, que forneça condições para o desenvolvimento de novos conhecimentos matemáticos, envolvendo questionamentos e problemas, nos

quais os educandos possam apresentar suas ideias, levantar hipóteses com a mediação e incentivo à argumentação e socialização. Tendo em vista essa perspectiva, apresentaremos aqui uma proposta realizada em uma escola pública municipal de Educação Infantil em Campinas, São Paulo, no ano de 2014, por duas professoras da Unidade Educacional - sendo uma delas autora deste artigo. As ações foram mitigadas por estudos realizados em Grupo da PUC Campinas, e foram tematizadas a partir do seguinte tema: "Medidas na Educação Infantil". Antes de trazer o relato sobre essa experiência pedagógica, vale ressaltar a importância da formação continuada de professores, pois grupos de estudos, por exemplo, incentivam práticas docentes reflexivas, assim como aconteceu na experiência que narramos a seguir.

Para atingir o objetivo de trabalhar conceitos matemáticos, as professoras - que atendiam crianças de idades variantes entre 4 anos até 5 anos e 11 meses - viram a necessidade de criar situações problemas. Para a criação desse tipo de situações no ambiente escolar, a literatura infantil foi e é um instrumento extremamente potente. Com isso, as docentes escolheram uma história que possibilita uma abertura para a tematização desse objetivo, sendo ela: "Gigante, o Anão e o Curupira"[7].

Essa história se passa em uma floresta, na qual dois personagens eram amigos e trabalhavam juntos, mas estavam perdidos à procura de comida. Outro personagem que aparece é o Curupira, este é um ser que tem os pés voltados para a frente. O Curupira observa de longe o Gigante e o Anão, vendo que eles precisavam de ajuda e, por isso, se aproxima e os questiona sobre as dificuldades que estavam tendo. O Gigante e o Anão dizem estarem com fome e que necessitam de frutas para se alimentar. Muito solícito, o Curupira indica, no meio da mata, o caminho para as árvores frutíferas e, simpatizando-se com os seres em sua frente, oferece um delicioso jantar em sua própria casa, marcando o horário para chegarem. Alegres com a possibilidade, o Gigante e o Anão aceitam a oferta. Com isso, o Curupira sai correndo pela mata. Então o Anão grita: "*Como saberemos onde é sua casa?*" e, à certa distância, o Curupira oferece as coordenadas: "*Minha casa fica na direção daquela castanheira, a 30 passos daqui.*" Após dar essa informação, o Curupira some em meio às árvores. No horário combinado, o Anão e o Gigante seguem na direção indicada, dão os 30 passos, mas não encontram a casa do Curupira. Eis aí uma situação problema: Por que nem o Gigante e nem o Anão chegaram à casa do Curupira?

[7] Essa história tem como base a lenda da cultura popular brasileira do Curupira.

A partir dessa história, as professoras fizeram com as crianças uma roda de conversa para problematizar essa questão. Afinal, por que os personagens não chegavam à casa do Curupira? Nessa primeira roda de conversa, algumas das respostas das crianças em relação a esse problema foram: *"Eles não souberam contar"* (E. 5 anos; R, 4 anos e A. 5 anos); *"Contaram muito rápido"* (C. 4 anos); *"Eles estavam muito cansados para andar"* (R. 5 anos); *"Eles não fizeram o que o Curupira falou e se perderam"* (C. 4 anos). Após esse momento inicial de hipóteses na roda de conversa, retomamos com as crianças, quais eram as orientações do Curupira e, com isso, concluímos elencamos dois conceitos matemáticos que mereciam a nossa atenção: a direção e a quantidade (de passos). Assim que pensamos coletivamente nesses dois aspectos importantes para a resolução deste problema (de chegar até a casa do Curupira), C. - de 4 anos- pontuou imediatamente: "Eles *deveriam contar!".* A partir da hipótese de C., as crianças começaram a se conscientizar sobre a importância da contagem oral. O interessante é que essa situação problema, fez com que as crianças não apenas enxergassem que a contagem era importante para os personagens da história; através da ludicidade eles foram ficando envolvidos em fazer contagens em diferentes momentos de sua rotina escolar. *Quantos passos contamos da sala até o banheiro? E da sala até o refeitório?*

Com essa transposição da situação problema inicial trazida pela história infantil para o cotidiano escolar, as crianças foram percebendo que 30 era um número "distante", visto que eles não tinham muito contato com ele, era "demorado" para contar e, eles se deram conta que viam a grafia desse número mais frequentemente apenas no calendário. Com essas observações e o próprio desafio das crianças encontrarem o número 30 em seu dia a dia, elas criaram hipóteses, sugerindo que Anão e o Gigante não sabiam contar até 30. Dentro desse contexto, uma primeira necessidade se fez presente para as crianças: saber contar até trinta.

Apesar da necessidade de contagem ter se feito iminente entre as crianças, ainda havia mais um desafio pedagógico a ser atingido: a percepção da diferença do tamanho dos passos do Gigante e do Anão. Tendo em vista isso, as professoras começaram a criar situações nas quais fosse possível observar as características pessoais de cada personagem. Para isso, fizemos ações solicitando que as crianças desenhassem a história, com a atenção focada em cada personagem. *Quais as características do Anão? E do Gigante?* A partir desses desenhos, nos reunimos novamente em uma roda de conversa para interpretar a criação deles. Nessa observação, as crianças perceberam que o Anão era muito pequeno quando comparado ao Gigante. *Mas, e o Curupira? O tamanho de seus passos não faria diferença também nesse contexto?*

Para problematizar a medida dos passos de Curupira, fomos investigar sobre o folclore brasileiro. Após tematizações e pesquisas sobre o folclore, as crianças chegaram à conclusão de que o Curupira deveria ser do tamanho de uma criança com 4 ou 5 anos. Na sequência, conversamos sobre o nanismo, e as crianças puderam observar que a altura máxima atingida de uma pessoa com nanismo, em muitos casos, é muito menor que de uma criança comum. Já o Gigante, era de conhecimento geral das crianças que ele era muito grande. Paralelamente a isso, iniciamos a medição da altura das crianças, de forma a observarem as diferenças pessoais e individuais. Criamos um gráfico de barras, no qual pudemos comparar os tamanhos das crianças, suas semelhanças e diferenças. Após isso, criamos três barras nesse gráfico, para cada um dos personagens da história, possibilitando que as crianças colocassem em comparação suas medidas, e as supostas medidas dos personagens.

Moura (1995) afirma que as crianças que se envolvem em situações problemas e na descoberta delas, se dispõem inteiramente na resolução dos mesmos, mobilizando funções cognitivas, afetivas, emocionais, imaginárias e simbólicas para tal. Assim, propusemos uma encenação da história, na qual as crianças se disponibilizaram a interpretar cada personagem. Com essa representação teatral, as crianças foram percebendo as diferenças dos tamanhos dos passos, visto que, a contagem inicial foi dentro da própria sala referência e a uma distância de 10 passos, onde cada um atingiu um determinado local. Com essa relação de tamanho estabelecida, partimos para as hipóteses de medições dos passos. Utilizando um pedaço de barbante, medimos os passos de cada personagem, cortando e comparando os comprimentos, o que fez com que surgissem novos questionamentos: *Será que os passos são iguais?* E, mais uma vez, respostas imediatas permeiam as conversas e discussões entre as crianças: *"O passo do Curupira não é igual ao do Gigante". "Quem é grande tem o pé maior". "Do Anão é igual ao Curupira, mas ele só não achou a casa porque não sabia contar até 30".* (E. 5 anos); *"Não é nada disso! O pé do Gigante é bem grande, do Curupira é pequeno e do Anão é pequenininho."* (R. 5 anos).

De acordo com Grando, Tortella & Martins (2010) a prática docente é quem organiza, media e instiga as situações para que os educandos utilizem de medidas em seu cotidiano, sejam elas convencionais ou não. Essas situações devem propiciar momentos de desafios e reflexões, nas quais situações do dia a dia sejam abordadas. Pensando nisso, no pátio da escola, cortamos 30 pedaços de barbante referente a cada passo, unindo-os, com fita, para encontrarmos a casa do Curupira. Iniciamos pelos passos do dono da casa (Curupira), marcando onde o Gigante e o Anão deveriam chegar. Com a "casa" identificada, passamos a unir e observar como seriam

os passos do Anão e como ele poderia atingir o objetivo de chegar na casa. Rapidamente, ao ver os pedaços de barbante com as medidas das pegadas do Anão se unindo um a um, as crianças compreenderam que faltou passos para a chegada dele ao local estabelecido, pois o passo dele era menor. Já em relação aos passos do Gigante, eles se anteciparam às conclusões antes mesmo de juntar os barbantes, afirmando que o Gigante deveria ter passos tão grandes, que passou o local. Com essa experiência as crianças confirmaram a hipótese de que os três personagens da história eram diferentes em seus tamanhos e que, por conseguinte, seus passos tinham medidas também diferentes.

Após tantas descobertas relacionadas às medidas matemáticas por meio da instrumentalização dessa história, nos reunimos em uma roda de conversa mais uma vez. Nesse momento, retomamos a pergunta inicial que fizemos no início de todo esse processo: *Por que o Anão e o Gigante não chegaram à casa do Curupira?* Com as experiências realizadas, novas falas apareceram nessa roda final, tais como: *"O gigante é grandão e passou a casa. O Anão é pequeno e nem chegou."* (C. 4 anos). Com isso, mediados pelas professoras, nos questionamos por qual motivo o Curupira havia dado a informação da localização da sua casa tomando como referência os passos que o Anão e o Gigante deveriam seguir. As crianças dessa vez, argumentaram: *"Ele já conhecia o caminho."* (P. 4 anos); *"Não! Ele já tinha medido."* (R. 5 anos).

Qual caminho seguir? Um mergulho hermenêutico quanto às práticas matemáticas na Educação Infantil

Baseadas nessa experiência, percebemos o quão falhos somos ao imaginar que a linguagem matemática na Educação Infantil está presente somente nas contagens orais e registros numéricos, na quantidade de ausentes e presentes no dia a dia e/ou na marcação do calendário. Essa experiência levou as crianças a descobrirem, se questionarem, confrontarem-se e argumentarem a partir do contexto escolar criado com a história infantil; elas colocaram suas ideias, desafiam uns aos outros e experienciaram suas hipóteses na prática.

Faremos aqui uma interpretação hermenêutica sobre a experiência docente relatada na seção anterior. Vejamos, em um primeiro momento, a importância da formação continuada de professores. O grupo de estudos no qual as duas professoras que tiveram essa experiência apresentada, mobilizaram a reflexão sobre sua prática docente, são professores reflexivos que nutrem o ambiente escolar de práticas que não sejam apenas informativas e/ou transmissoras de informações. Essas professoras se

colocaram em um contexto de incertezas e imprecisões ao se abrirem as rodas de conversa e os diálogos com seus alunos; essa incerteza e imprecisão por não se utilizar de "receitas prontas" quanto a suas metodologias de ensino, possibilitaram com que elas mesmas, e seus alunos, não fossem meros reprodutores de conhecimentos hegemônicos, muito pelo contrário, criaram situações para o desenvolvimento de seres humanos criativos, críticos, produtores de conhecimentos e saberes. (ALARCÃO, 2007)

É a partir da cultura infantil que as crianças conseguem ter uma aprendizagem na qual valoriza a própria infância, faz com que elas dialoguem com suas brincadeiras, jogos e a própria infância. É tendo em vista isso que ressaltamos como a literatura, as histórias e contos infantis são um potente instrumento para o trabalho pedagógico. A partir de uma situação problema apresentada por um conto infantil, as professoras conseguiram trazer diversos elementos da educação matemática, os quais fizeram mais sentido para as crianças do que uma reprodução mecânica. É com uma perspectiva ludopedagógica que alguns problemas podem ser evidenciados; vemos que, em um primeiro momento, o conto apresentado, assim como a problematização de resolução do porquê o personagem Anão e o Curupira não conseguiam chegar na casa do Curupira, possibilitaram com que as crianças se perguntassem sobre questões matemáticas, criando percepções sobre os problemas, assim como relações de causa e efeito. (TORTORA, 2019).

Em um primeiro momento, duas questões que envolvem conceitos matemáticos se tornaram evidentes nesse trabalho: a direção e a contagem. Quando as crianças se questionam se o Anão e o Gigante sabiam contar até trinta para chegar até a casa do Curupira, elas também se questionam se elas sabem contar até essa numeração. Vendo essa necessidade de que os personagens da história contassem até trinta, as crianças também passaram a refletir sobre a importância da contagem em suas vidas, assim como quando contaram os passos até o refeitório e banheiro de sua escola. Já em relação às direções, com a experiência trazida, as crianças refletiram sobre como a quantidade de passos e a direção deles faria diferença para a possibilidade ou não dos personagens atingirem seus objetivos.

Outras questões são abrangidas em meio a esse cenário de contextualização por meio dos contos e histórias infantis, tais como: medidas dos passos e as caracterizações pessoais de cada um dos personagens. Nesse sentido, o desenho dos personagens e dar às próprias crianças possibilitaram o desenvolvimento de algumas habilidades que (TORTORA, 2019) chama de: habilidades do próprio desenho; habilidades de lógica e habilidades de aplicações dos conhecimentos.

Percebemos o quão necessário se faz o conhecimento e as novas abordagens sobre o tema da matemática na Educação Infantil, tendo como base o cotidiano do chão de escola, para que haja desenvolvimento das crianças e sentidos dentro dos conhecimentos por elas produzidos.

Referências

ALARCÃO, I. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. São Paulo: Cortez, 2007.

ARIÈS, P. **História social da infância e da família**. Tradução: D. Flaksman. Rio de Janeiro: LCT, 1978.

BAKHTIN, M. **Estética da criação verbal**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

_____. **Para Uma Filosofia Do Ato Responsável.** São Carlos: Pedro & Joao, 2010.

BENJAMIN, W. **Obras escolhidas**: **Magia e técnica, arte e política.** São Paulo: Brasiliense, 7ª. ed. 1994.

BRAGANÇA, I. F. S.; LIMA, R. P. Narrativas de vida de instrutores da educação. profissional como possibilidade de estudos no campo das representações sociais**. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 97, n. 246, p.290-304. 2016.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**, de 05 de dezembro de 1988.

_____. **Estatuto da Criança e do Adolescente**. Lei 8.069/90, de 13 de julho de 1990.

_____. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, **LDB**. 9394/1996. BRASIL. 1996.

CERTEAU, M. **A invenção do cotidiano 1: artes de fazer**. Petrópolis, RJ: Vozes. 1994.

D´AMBROSIO, U. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática***:* concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 97-115.

FREIRE, P. **Educação como prática de liberdade**. 20ª. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1991.

_____. **Educação e mudança**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1979.

_____. **Pedagogia do oprimido.** 17ª. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

GRANDO, R. C.; TORTELLA, J.; MARTINS, E. R. A. Aprendizagem docente: o papel do grupo de trabalho colaborativo no ensino de Matemática na Educação Infantil. 2010: **Horizontes**, v. 28, n. 1, p. 121-133.

LARROSA, J. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. Rio de Janeiro: **Revista Brasileira de Educação**, n. 19, p. 20-28, 2002.

LIMA, M. E. C. C; GERALDI, C. M. G.; GERALDI, J. W. O trabalho com narrativas na investigação em educação. **Educ. rev.** [online]. 2015, v. 31, n. 1, pp. 17-44.

LOPES, L. S; ALVES, A. M. A história da Matemática em sala de aula: propostas de atividades para Educação Básica. In: **XX EREMAT - Encontro Regional de Estudantes de Matemática da Região Sul.** Fundação Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), Bagé/RS, Brasil. p. 320-330. nov. 2014.

MOURA, A. R. Lanner de. **A medida e a criança pré escolar**. 1995. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 1995. Disponível em: http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253867. Acesso em: agosto, 2014.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS. **Convenção Internacional sobre os Direitos da Criança,** de 20 de novembro de 1989.

PINTO, M.; SARMENTO, M. J. **As crianças e a infância: definindo conceitos, delimitando o campo.** In: **As crianças: contextos e identidades**. Braga: Universidade do Minho, 1997.

SMOLE, S. K.; DINIZ, I. M.; CÂNDIDO, P. **Resolução de problemas. Matemática de 0 a 6.** São Paulo: Artmed, 2000.

TORTORA, E. **O lugar da matemática na Educação Infantil:** Um estudo sobre as atitudes e crenças de autoeficácia das professoras no trabalho com as crianças. 2019. 222f. Tese de doutoramento (Doutoramento em Educação - Faculdade de Ciência). Universidade Estadual Paulista (Unesp), Bauru, SP, 2019.

Língua Portuguesa e Letramento Matemático: entre letras e números nos entendemos

***Mirella Novais Oliveira*[8]**

Considerações Iniciais

O termo Letramento foi registrado pela primeira vez por Mary Kato, na obra "No mundo da escrita: uma perspectiva psicolinguística", publicada em 1986. Na época, a expressão estava voltada aos usos da língua escrita além dos muros colegiais, como uma maneira de evidenciar as consequências dessas manifestações linguísticas em todos os ambientes e não apenas no âmbito escolar. Assim sendo, posteriormente, seria inevitável a extensão conceitual dessa terminologia para a linguagem matemática, uma vez que entende-se como letrado aquele que usa socialmente a leitura e a escrita e responde às demandas sociais que as abrange, incluindo o conhecimento matemático.

Segundo Soares (1998) a origem etimológica da palavra Letramento, advém da expressão latina *littera*, cujo significado é letra. Talvez por isso, equivocadamente, tal termo seja associado, muitas vezes, a um objeto exclusivo da área de Linguagens. Entretanto, ao buscar outro vocábulo do mesmo campo lexical e raiz latina, encontramos *literate* e a sua definição como "educado especialmente para ler e escrever" (PEIXOTO et al., 2015), auxiliando o entendimento de que - para cumprir adequadamente com a função de leitura e escrita – é necessário também o domínio de conhecimentos de outras áreas, além da de Linguagens.

Dentro dessa pauta, a interpretação textual figura como parte básica para o processo de Letramento, no qual tanto o conhecimento léxico-semântico, quanto os saberes matemáticos, contribuem uns com os outros para a total compreensão e construção de sentidos. Em vista disso, não faz sentido, dentro de uma abordagem significativa, que os conteúdos de Português e Matemática caminhem isoladamente, fora de um contexto que os interligue em uma realidade de uso efetivo da aprendizagem.

Diante da atual sociedade da informação e de conhecimento, faz-se inconcebível pensar no processo educativo como algo compartimentado e distante das vivências extraescolares. Os números e letras complementam-

[8] Doutora em Ciências da Educação. Licenciada em Letras Vernáculas e Bacharel em Língua Espanhola. Docente do Instituto Federal de São Paulo – IFSP – campus Bragança Paulista. E-mail: mirella.oliveira@ifsp.edu.br

se e formam um todo, atrelado à necessidade de desenvolver competências, cujos objetivos basilares permeiam a leitura de mundo como via de acesso ao desenlace de situações-problemas.

Evidentemente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) acompanha o discurso do Letramento e da Aprendizagem Significativa, no sentido de aproximar as estratégias desenvolvidas na língua materna ao ensino da Matemática e vice-versa. Além disso, colabora na ultrapassagem do entendimento de que leitura, escrita e oralidade são elementos de responsabilidade exclusiva da Língua Portuguesa, redefinindo competências e habilidades a serem discorridas por todas as áreas.

Isso posto, este artigo objetiva elucidar a impreterível relação que deve existir entre o ensino da Língua Portuguesa e o Letramento Matemático, como fenômenos complementares e indissolúveis para uma Aprendizagem Significativa. Para tal, faz-se indispensável uma primeira abordagem sobre Letramento e seus conceitos; uma seguinte clarificação sobre Letramento Matemático e Aprendizagem Significativa; e em desfecho, cabe uma análise sobre a temática, presente na BNCC.

Sobre Letramento

No Brasil, a problematização sobre o sentido do que é "ser alfabetizado", motivou o uso do vocábulo Letramento como definição do que se necessitava para o domínio da leitura e escrita da língua, porém diferente do que se concebia até então. Entretanto, faz-se sumamente relevante elucidar que "Alfabetismo" e Letramento não são sinônimos, como bem esclarecido nas palavras de Soares, ao conceituar este em diferenciação daquele termo da seguinte forma:

> Se refere à etapa inicial da aprendizagem da escrita, como a participação em eventos variados de leitura e de escrita, e o consequente desenvolvimento de habilidades de uso da leitura e da escrita nas práticas sociais que envolvem a língua escrita, e de atitudes positivas em relação a essas práticas. (SOARES, 1998)

Para a supracitada autora, o surgimento do termo *literacy* (cujo significado é o mesmo de alfabetismo), nessa época, representou, certamente, uma mudança histórica nas práticas sociais: "novas demandas sociais pelo uso da leitura e da escrita exigiram uma nova palavra para designá-las." (SOARES, 2011) Ou seja, a mudança na realidade social trouxe a necessidade de um novo léxico. Por conseguinte, a maneira de pensar o processo de ensino-aprendizagem da matemática assumiu novas

perspectivas, incluindo o ato imprescindível de ir além do domínio e memorização de fórmulas e estruturas geométricas ou álgebras.

Assim sendo, já em 2010 é possível encontrar no Portal do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) a expressão Letramento Matemático, com a seguinte definição:

> O Letramento Matemático refere-se à capacidade de identificar e compreender o papel da Matemática no mundo moderno, de tal forma a fazer julgamentos bem embasados e a utilizar e envolver-se com a Matemática, com o objetivo de atender às necessidades do indivíduo no cumprimento de seu papel de cidadão consciente, crítico e construtivo. (BRASIL, 2010)

Tal referência, indica que não deve haver uma delimitação de conhecimento da terminologia dos dados e dos procedimentos matemáticos, nem deve ocorrer um limite no desenvolvimento das destrezas e competências da denominada área de exatas em operações desvinculadas de situações problemas. "As competências matemáticas implicam na combinação desses elementos para satisfazer as necessidades da vida real dos indivíduos na sociedade", (BRASIL, 2010) levando o discente a utilizar o aprendido para raciocínio; argumentação; comunicação; modelagem; colocação e solução de problemas; representação; uso de linguagem simbólica, formal e técnica, ou seja, usar a matemática como ferramenta do seu constante processo de Letramento.

Diante do exposto acima, deve-se considerar o panorama atual do Letramento Matemático no país, a partir do PISA, sigla em inglês, de *Programme for International Student Assessment*, cujos relatórios são publicados pela OECD (*Organization for Economic Co-operation and Development*), constituindo-se da análise de testes de conteúdos escolares aplicados em vários países. No Brasil, é conhecido como Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, sobre a responsabilidade do INEP, no qual se apresenta o seguinte conceito de Letramento Matemático, conforme relatório de 2018:

> É a capacidade de formular, empregar e interpretar a Matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso ajuda os indivíduos a reconhecer o papel que a Matemática desempenha no mundo e faz com que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias. (BRASIL, 2018)

Essa definição é a mesma utilizada nas edições de 2012 e 2015 e pode ser organizada e analisada por três aspectos correlacionados: os processos matemáticos que descrevem o que os indivíduos fazem para conectar o contexto de um problema com a Matemática; o conteúdo matemático visado para uso nos itens da avaliação; e o contexto no qual estão situados os itens. Tais elementos coadunam com o pensamento de que Letramento Matemático pode ser entendido como "a condição a partir da qual um indivíduo compreende e elabora de forma reflexiva, textos orais e escritos que contém conceitos matemáticos e, transcende essa compreensão para uma esfera social e política." (GONÇALVES, 2010)

Após análise dos conceitos sobre Letramento e a assertiva de que existe uma diferença e inter-relação com o alfabetismo, é possível estabelecer um fluxograma de tais fenômenos, pensando sobretudo, no ensino da Matemática nos anos iniciais da Educação Básica, a saber:

Figura 1 - Alfabetização e Letramento Matemático.

Fonte: **Alfabetização e Letramento Matemático**, 2017. Disponível em: https://www.slideshare.net/magmmelo/alfabetizao-e-letramento-matemtico-pnaic. Acesso em 03 abril 2021.

Diante das afirmações até aqui apresentadas, comprova-se que a modelagem matemática, como estratégia de ensino e aprendizagem, pode ser compreendida como "uma abordagem de uma situação-problema da realidade" (BORSSOI; ALMEIDA, 2004), configurando uma atividade que

se desenvolve segundo um conjunto de procedimentos e na qual a escolha do problema a ser investigado tem a participação direta dos sujeitos envolvidos, levando a um efetivo processo de conhecimento, a partir de uma Aprendizagem Significativa, conforme será exposto a seguir.

Letramento Matemático e Aprendizagem Significativa

David Paul Ausubel foi o criador da Teoria da Aprendizagem Significativa, dedicando suas pesquisas na busca por melhorar o processo de aprendizagem. Para o autor, a Aprendizagem Significativa ocorre a partir da organização e integração do material na estrutura cognitiva, ou seja, "é através dos processos cognitivos que se estabelecem as relações de significação que permitem entender conceitos, proposições e construir saberes." (AUSUBEL, 1980). Logo, o processo de ensino-aprendizagem se desenvolve melhor quando o discente é capaz de realizar conexões entre o que já conhece e o que ora descobre no seu cotidiano acadêmico, conforme elucida Moreira, ao afirmar que

> A Aprendizagem Significativa é aquela em que as ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe. Substantiva quer dizer não-literal, não ao pé da letra, e não-arbitrária significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende (MOREIRA, 2012, p. 13).

Destaca-se assim, que o contexto apresenta-se como parte integrante de uma abordagem significativa. Logo, as escolhas textuais em expressões de respostas matemáticas são tão indispensáveis quanto o conhecimento específico, trabalhado com os alunos ao longo de seu desenvolvimento estudantil. A partir do momento que o indivíduo consegue estabelecer conexões lógicas com a sua realidade, o saber torna-se útil e o interesse é ampliado de forma a manter e até ampliar a motivação em ambas as áreas: Linguagens e Matemática.

Entrementes, a Aprendizagem Significativa se dará ao menos em três condições: na relação lógica entre os materiais didáticos utilizados e as probabilidades de uso cotidiano interescolar e extra colegial; no conhecimento prévio da estrutura cognitiva do aprendiz, possibilitando-o relacioná-lo com a informação que esse material traz consigo; e por fim, no conteúdo apreendido de forma relevante, a ponto de manifestar-se posteriormente como parte do seu elenco de conhecimento prévio. Como

parâmetro específico dos conhecimentos matemáticos, é imperativo compreender que

> A Matemática é integrante na base de formação educacional do indivíduo, caracteriza-se como um campo de saber essencial, ainda mais nos dias atuais, em que a tecnologia é dominante, possibilitando o conhecimento em diversas atividades do cotidiano. (SILVA; GUIRADO, 2014, s/p)

Portanto, é no encontro entre letras e números, conectados em prol de uma efetiva Aprendizagem Significativa, que a Língua Portuguesa e o Letramento Matemático tornam-se insolúveis. Se por um lado as situações-problemas exigem um esforço individual em suas resoluções; por outro, o coletivo é essencial para a compreensão das competências e saberes que devem compor o arcabouço do indivíduo letrado. Por isso, para Ausubel (1988), resolver um problema pode ser encarado como um meio para promover a Aprendizagem Significativa, uma vez que a resolução engloba um processo de clarificação progressiva sobre relações de meio-e-fim, fundamentadas na formulação, verificação e rejeição de hipóteses alternativas. Sobre o tema Fernandes (2001, p.3) afirma que:

> Pensada para o contexto escolar, a teoria de Ausubel leva em conta a história do sujeito e ressalta o papel dos docentes na proposição de situações que favoreçam a aprendizagem. De acordo com ele, há duas condições para que a Aprendizagem Significativa ocorra: o conteúdo a ser ensinado deve ser potencialmente revelador e o estudante precisa estar disposto a relacionar o material de maneira consistente e não arbitrária.

Vale ressaltar, que o processo da não aprendizagem da matemática pode residir no problema estrutural da própria língua, ou seja, em suas contradições, deslocamentos, equívocos e ambiguidades. Ainda que não seja imprescindível um completo domínio normativo do idioma materno para que esse fato ocorra, deve-se ter consciência de suas falhas, limites, bem como da própria descontinuidade entre a cultura social do aluno e a da escola, a bem destacar, os conhecimentos que aquele traz e que irão defrontar-se com os da realidade colegial. Dessa forma a Aprendizagem Significativa dentro do Letramento Matemático pode ser compreendida da seguinte maneira:

Figura 2 - Aprendizagem Significativa e Letramento Matemático.

Fonte: a autora.

Consoante as afirmações apresentadas, deve haver um engajamento entre a Língua Portuguesa e o Letramento Matemático, na permissão de um novo olhar sobre o uso de todo o aprendizado adquirido para a formação de cidadãos conscientes, reflexivos e donos do seu próprio discurso. Em vista disso, serão analisadas a seguir alguns aspectos relevantes para o desenrolar do processo educativo conforme a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), quanto as áreas de Linguagem e Matemática.

Sobre a BNCC

A Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017 institui e orienta a implantação da Base Nacional Comum Curricular, a ser respeitada obrigatoriamente ao longo das etapas e respectivas modalidades no âmbito da Educação Básica. Nela, verifica-se orientações que já deixam evidentes a ideia de que se deve prever progressiva sistematização das experiências "quanto ao desenvolvimento de novas formas de relação com o mundo, novas formas de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimentos", reafirmando assim objetivos a serem alcançados, que coadunam tanto com os princípios de Letramento quanto com os de Aprendizagem Significativa. No que diz respeito ao ensino da Matemática, vale destacar os pontos apresentados na tabela a seguir:

Tabela 1 – Ensino da Matemática na BNCC.

PESQUISA E SIMULAÇÃO	FORMAÇÃO	AÇÕES MAIS DISCURSIVAS
Aprender estatística simulando pesquisas, até chegar a um resultado que precisará ser representado e comunicado ao público de interesse.	Experimentar a pesquisa é essencial na formação do cidadão crítico, que lê e interpreta diariamente dados estatísticos nas mais diferentes mídias.	"Interpretar", "classificar", "comparar" e "resolver". O novo texto deixa mais claro o propósito de levar o aluno a pensar a partir das informações recebidas, de analisá-las e de responder com uma postura ativa.

FOCO	PAPEL DA ESCOLA	CONTEXTO	PAPEL DO PROFESSOR
No que o aluno precisa desenvolver, para que o conhecimento matemático seja uma ferramenta para ler, compreender e transformar a realidade, a partir do que ele já sabe.	Preparar o estudante para entender como a Matemática é aplicada em diferentes situações, dentro e fora da escola.	Propõe situações do cotidiano do estudante como pano de fundo.	Promover um estudo no contexto da educação matemática tanto na dimensão espacial como na dimensão temporal.

Fonte: a autora.

No que tange às competências da área de Linguagem, destaca-se o fato de que deve-se "Conhecer e explorar diversas práticas de linguagem [...] ampliar suas possibilidades de participação na vida social e colaborar para a construção de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva." Nesse aspecto, a habilidade a ser desenvolvida transpassa o universo estudantil e chega aos âmbitos formativos sociais, os quais não se completam sem um conhecimento significativo nas áreas exatas, completando-se no raciocínio da competência proposta a seguir:

> Compreender e utilizar tecnologias digitais de informação e comunicação, de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar por meio das diferentes linguagens, produzir conhecimentos, resolver problemas e desenvolver projetos autorais e coletivos. (BRASIL, 2017)

De igual forma, faz-se impraticável moderar, eficientemente, o espaço ao debate em sala de aula sem uma interlocução entre a linguagem matemática e a linguagem materna. E quanto a isso, os elementos formadores de ambas se entrecruzam e se completam para o desenvolvimento e construção de argumentos, evidências, bem como a legitimação de eventos históricos, geográficos e sociais. Assim, objetiva-se citar apenas alguns exemplos de que não há como conduzir o processo de ensino-aprendizagem sem que haja uma cooperação mútua entre as áreas, visando à ressignificação de novas informações, para inseri-las em um universo mais amplo, dialógico e produtivo.

No que diz respeito às competências da área de Matemática, faz-se interessante discutir, principalmente, os seguintes itens:

> Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e atuar no mundo, reconhecendo também que a Matemática, independentemente de suas aplicações práticas, favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico, do espírito de investigação e da capacidade de produzir argumentos convincentes [...]
>
> Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas e dados) (BRASIL, 2017).

Destarte, os esclarecimentos que a BNCC traz sobre a temática abordada neste artigo colabora, de forma ímpar, com os aspectos necessários para a construção de argumentos e busca de soluções para situações-problema, estabelecidas nos múltiplos contextos, acima mencionados. Reforça, sobremaneira, a forma transversal com que se deve abordar os elementos constitutivos de um processo de aprendizagem contínuo e progressivo, mediante a transformação cotidiana do conhecimento adquirido em saber aplicável ao seu dia a dia. Tais ideias também podem ser observadas em outras competências sugeridas no documento, assim citadas:

> Agir individual ou cooperativamente com autonomia, responsabilidade e flexibilidade, no desenvolvimento e/ou discussão de projetos, que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza. (BRASIL, 2017)

A leitura de textos que envolvem Matemática, seja na conceptualização específica de objetos desse componente, seja na explicação de algoritmos, ou ainda, na resolução de problemas, vai além da compreensão do léxico: exige do leitor uma leitura interpretativa. Para interpretar, o aluno precisa de um referencial linguístico e, para decifrar os códigos matemáticos, de um referencial de linguagem matemática. Sobre o fato de as dificuldades em matemática ultrapassarem elementos específicos da área, afirma-se que:

> Tais dificuldades não estão situadas no âmbito dos algoritmos, das fórmulas ou dos conceitos específicos dessas áreas [...], mas nas construções linguístico-discursivas dos enunciados dos problemas. São dificuldades de nível lexical, sintático, semântico, textual e/ou discursivo que impedem os alunos de resolver adequadamente os problemas por não poderem recuperar sua unidade de sentido. (AZEVEDO; ROWELL 2007, p. 13).

Ainda que sejam delineadas competências específicas para cada área, a BNCC apresenta de forma contundente estratégias e etapas observáveis tanto nas fases do Letramento quanto nas da Aprendizagem Significativa, unificando conceitos em prol de uma educação voltada cada vez mais à construção de cidadãos críticos-reflexivos e cada vez menos à indivíduos passivos e repetidores/imitadores de discursos prontos. Visa-se permitir aos educandos a elaboração de seus referenciais de forma mais independente e responsável, uma vez que as consequências dos seus atos vinculam-se as suas experiências reais.

Considerações Finais

Problemas de interpretação de texto ou desvios de campo lexical são alguns dos fatores que podem colaborar com as dificuldades responsáveis por impedir que haja um Letramento Matemático. Da mesma forma, deficiência dos saberes matemáticos e ausência do conhecimento sobre algumas atividades das áreas de exatas são fatores que impedem ou provocam ambiguidade no entendimento no momento da leitura.

Uma vez que o “ser letrado” ocupa o local de fazer-se capaz como leitor e escritor crítico e reflexivo, não cabe mais espaço para um pensamento compartimentado no ambiente escolar. Por conseguinte, é válido estabelecer uma constante conexão com os conhecimentos prévios do aprendiz, para a construção de novos conceitos e o desenvolvimento de habilidades e competências, dentro de uma Aprendizagem Significativa.

Com a adesão do que propõe a BNCC, o contexto deve estar vinculado ao processo de ensino-aprendizagem de todas as áreas, promovendo locais de situações-problema. Logo, deve-se abandonar a ideia de que interpretar, compreender, escrever e ler sejam ações de responsabilidade única da área de Linguagens. A bem dizer, também não se pode considerar como um leitor ou escritor letrado aquele que desconhece ou carece de Letramento Matemático.

Em decorrência dos elementos supracitados, salienta-se que o fato dos conteúdos escolares estarem fragmentados didaticamente, não deve promover um distanciamento disciplinar, mas sim a busca por contextos que envolvam a maior quantidade de áreas possíveis. Compreende-se também, que a transdisciplinaridade pode ser um caminho na expansão dos conhecimentos adquiridos para além do domínio de conteúdo específico, favorecendo o processo de ensino-aprendizagem e permitindo o estabelecimento de relações entre disciplinas e saberes.

Portanto, este artigo buscou colaborar na reflexão sobre a importância de pensar a prática pedagógica das áreas de Linguagens e Matemática de forma coadunada e complementar. Desse modo, oferece elementos que justifiquem a urgência transdisciplinar na construção do conhecimento, para que os objetivos de escrita e leitura sejam atendidos, conforme as expectativas do processo formativo esperado do estudante brasileiro na atualidade. Cabe, enfim, publicações futuras, que apresentem exemplos práticos de como trabalhar essa temática na Educação Básica.

Referências

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

AZEVEDO, T. M. de; ROWELL, V. M. Problematização e ensino de língua materna. In: **SEMINÁRIO NACIONAL SOBRE LINGUAGEM E ENSINO**, 5. 2007.

BORSSOI, Adriana Helena; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. **Modelagem matemática e aprendizagem significativa**: uma proposta para o estudo de equações diferencias ordinárias. Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v. 6, n. 2, pp. 91-121, 2004. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp/article/viewFile/4689/3258. Acesso em: 02 abr. 2021.

BRASIL, MEC. Resolução CNE/CP Nº 2, de 22 de dezembro de 2017. Institui a **Base Nacional Comum Curricular para a Educação Básica**. Disponível em:

http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79631-rcp002-17-pdf&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 03 abr. 2021.

BRASIL, Portal INEP. PISA 2010. **Letramento Matemático**. Disponível em: https://download.inep.gov.br/download/internacional/pisa/2010/letramento_matematico.pdf. Acesso em: 03 abr. de 2021.

BRASIL, Portal INEP. PISA 2018. **Relatório PISA 2018**. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/documentos/2019/relatorio_PISA_2018_preliminar.pdf. Acesso em: 03 abr. de 2021.

FERNANDES, Elisângela. **David Ausebel e a Aprendizagem Significativa**. Revista escola, ed 248, dez. 2011. São Paulo: Abril. Disponível em: http://revistaescola.abril.com.br/gestao-escolar/david-ausubel-aprendizagem-significativa-662262.shtml. Acesso em: 03 mar. 2013.

GONÇALVES, Heitor Antônio. **O conceito de letramento matemático: algumas aproximações.** Publicado em 2010 no Portal da UFJF. Disponível em: https://www.ufjf.br/virtu/files/2010/04/artigo-2a14.pdf. Acesso em: 04 abr. de 2021.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: A Teoria e Textos Complementares**. São Paulo: Lf Editorial, 2012. 179 p.

PEIXOTO, Cyntia Santuche; SILVA, Eliane Bisi da *et al.* **Letramento:** você pratica? VIII CNLF, cad 09, p. 6, 2015. Disponível em: http://www.filologia.org.br/viiicnlf/anais/caderno09-06.html. Acesso em: 06 abr. 2021.

SILVA, Leila Carla Machado da; GUIRADO, João César. (artigo) **A aprendizagem significativa matemática com estratégias consolidadas nas tendências matemáticas.** *In:* Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uem_mat_artigo_leila_carla_machado_da_silva.pdf Acesso em: 01 abr. 2021

SOARES, Magda, "Letramento, um tema em três gêneros". Belo Horizonte: Autêntica, 1998. ____. **Letramento e alfabetização**: as muitas facetas. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n25/n25a01.pdf, 2003. Acesso em: 01 abr. 2021.

_____. **Alfabetização e Letramento**. 6 ed. São Paulo: Contexto, 2011. 123 p.

O conceito de número não-arquimediano segundo Amoroso Costa: primeiras impressões de uma pesquisa

***Rodrigo Rafael Gomes*[9]**

Introdução

Nascido em 1885 e vindo a falecer em um acidente aéreo no ano de 1928, Manuel Amoroso Costa (Figura 1) é citado com frequência em estudos sobre a história das ciências exatas no Brasil nas primeiras décadas do século XX (D'AMBROSIO, 2003; SILVA, C. P., 2003; SILVA, C. M., 2005, 2006; SIQUEIRA, 2014, 2018). Engenheiro civil formado pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro – instituição na qual desenvolveu atividade docente em diferentes momentos no período de 1912 até sua morte – foi um defensor da prática teórica da matemática numa época em que ainda não existiam no país cursos superiores voltados especificamente para a formação de matemáticos.

Figura 1. Foto de Amoroso Costa publicada em uma revista (recorte de documento do dossiê AC.T.3.040 do arquivo Amoroso Costa).

Fonte: Zenith.

Embora tenha produzido poucos artigos científicos (SILVA, C. P., 2000), Amoroso Costa teve um papel importante no processo de

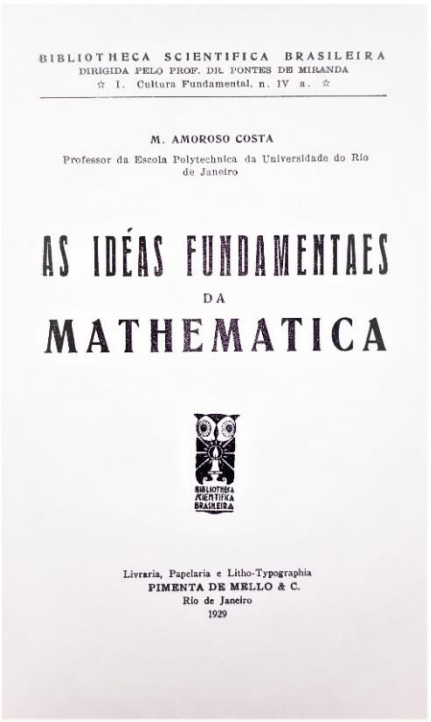
[9] Doutor em Educação Matemática, professor do Instituto Federal de São Paulo, *campus* Bragança Paulista, e-mail: rodrafagomes@ifsp.edu.br.

vulgarização da ciência junto à população, publicando, a partir de 1919, artigos expositivos sobre matemática e física teórica em jornais da cidade do Rio de Janeiro. Também fez e ministrou cursos na França, foi o representante brasileiro no Congresso Internacional de Matemáticos de 1924, ajudou a fundar a Sociedade Brasileira de Ciências e participou ativamente da Associação Brasileira de Educação.

Essas atividades culminaram no livro *As idéas fundamentaes da mathematica*, publicado postumamente em 1929 (Figura 2). Tal obra constitui um marco da divulgação científica brasileira, tendo ganho duas outras edições em 1971 e em 1981. Seu propósito, nas palavras de seu autor, era:

> [...] expor em traços geraes a concepção actual da mathematica pura, fruto, em grande parte, do trabalho critico realizado nos ultimos cincoenta anos. Não pretende [...] resumir em um pequeno volume o acervo de resultados que constituem essa sciencia, senão apenas mostrar como se nos apresentam, hoje em dia, o seu methodo e as suas idéas directrizes. (COSTA, 1929, p. 11-12)

Figura 2. Folha de rosto da primeira edição do livro.


BIBLIOTHECA SCIENTIFICA BRASILEIRA
DIRIGIDA PELO PROF. DR. PONTES DE MIRANDA
☆ I. Cultura Fundamental, n. IV a. ☆

M. AMOROSO COSTA

Professor da Escola Polytechnica da Universidade do Rio de Janeiro

AS IDÉAS FUNDAMENTAES
DA
MATHEMATICA

BIBLIOTHECA SCIENTIFICA BRASILEIRA

Livraria, Papelaria e Litho-Typographia
PIMENTA DE MELLO & C.
Rio de Janeiro
1929

Fonte: o autor.

Organizado em dezenove capítulos, o livro aborda desde questões metodológicas e filosóficas da matemática – passando pelos desenvolvimentos mais recentes de sua época no âmbito da lógica simbólica, da teoria dos conjuntos, do cálculo diferencial e integral e da álgebra – até uma discussão sobre os fundamentos da geometria e seus desdobramentos.

Em meio a tantos assuntos, encontra-se aquela que talvez seja a primeira exposição sobre geometrias não-arquimedianas feita por brasileiro (SANTOS, 1971). Trata-se de uma apresentação breve, no capítulo XVII, na qual Amoroso Costa explica o postulado de Arquimedes e exibe um exemplo de sistema numérico sobre o qual tal postulado não se aplica.

Sua *expertise* na matéria parece ter sido reconhecida no exterior quando, em 1928, foi convidado a proferir conferências sobre ela na Universidade de Paris (Figura 3). Contudo, exceto pela curta discussão apresentada em seu livro, ele nada mais publicou a respeito, deixando dúvidas sobre a real extensão de seu conhecimento em relação ao tema.

Figura 3. Cópia do cartaz das conferências realizadas na Universidade de Paris (dossiê AC.T.3.039 do arquivo Amoroso Costa).

UNIVERSITÉ DE PARIS — FACULTÉ DES SCIENCES

Année scolaire 1927-1928

INSTITUT FRANCO-BRÉSILIEN

M. **M. AMOROSO COSTA,** Professeur à l'Université de Rio-de-Janeiro, fera quatre conférences, dans l'Amphithéâtre Le Verrier, sur le sujet suivant :

LES GÉOMÉTRIES non-archimédiennes

les Mercredi 29 Février, Samedi 3, Mercredi 7, et Samedi 10 Mars, à 17 h.

Vu : Le Recteur, Président du Conseil de l'Université, **S. CHARLÉTY.**

Le Doyen de la Faculté des Sciences, **CH. MAURAIN.**

Paris. — Imprimerie CHAIX (Succursale B), 11, boulevard Saint-Michel. — 820-28.

Fonte: Zenith.

Felizmente, suas notas e rascunhos pessoais sobreviveram, entre eles, uma série de anotações inéditas sobre geometrias não-arquimedianas e dois rascunhos, todos de próprio punho, de *As idéas fundamentaes da mathematica*. Tais manuscritos foram digitalizados e agora compõem base

de dados online do Arquivo de História da Ciência do Museu de Astronomia e Ciências Afins (sistema Zenith).

O autor do presente artigo desconhece, porém, estudos críticos do material contido nesse acervo. De fato, há poucas pesquisas voltadas especificamente para o conteúdo da obra de Amoroso Costa, como é o caso de: Silva, C. P. (2000); e Eisenstaedt e Fabris (2004), que não tem sido o foco das publicações em que tal obra é trazida à tona; Silva, C. M. (2005, 2006); e Siqueira (2014, 2018), mais preocupados com questões extra-científicas, são exemplos recentes.

Partindo dessa constatação, está sendo coordenada por este autor uma pesquisa cujo objeto é o processo de criação de Amoroso Costa, segundo indícios do trabalho de escritura presentes nos manuscritos que compõem o seu arquivo pessoal. No momento, a investigação conta com duas pesquisas de iniciação científica que se iniciam em 2021, mas tem potencial para ser expandida nos próximos anos.

As investigações em curso concentram-se numa pequena parte dos escritos de conteúdo científico, produzidos por Amoroso Costa. Embora o foco não seja os fatores extra-científicos em jogo no contexto de produção desses escritos, tais fatores não podem ser ignorados, uma vez que, como acontece com qualquer outro produto da atividade científica, também exercem influência no processo de criação do texto científico (CHEMLA, 2004).

A abordagem metodológica se baseia nos pressupostos da crítica genética, disciplina que, segundo Salles (2008, p. 28), "analisa os documentos dos processos criativos para compreender, no próprio movimento da criação, os procedimentos de produção, e, assim, entender o processo que presidiu o desenvolvimento da obra".

Embora a pesquisa esteja em sua fase inicial, o presente ensaio apresenta algumas das impressões obtidas pelo autor em um primeiro exame comparativo entre a versão publicada e os manuscritos do texto sobre geometrias não-arquimedianas, contido em *As idéas fundamentaes da mathematica* e seus manuscritos. Mas antes de abordar a dimensão matemática dessas impressões, convém entender um pouco melhor a natureza do material que foi consultado.

Organização e conteúdo do arquivo Amoroso Costa

De acordo com o inventário sumário do arquivo Amoroso Costa, o acervo foi constituído a partir de doação de sua filha Beatriz e inclui documentos textuais, iconográficos e cartográficos. O arquivo foi

organizado no biênio 1993-1994 e os materiais que o constituem compreendem o período de dezembro de 1901 a junho de 1961.

Os documentos textuais do acervo estão divididos em quatro séries em função da sua natureza (pessoal, técnico-administrativa, intelectual ou outra) e agrupados em dossiês dentro dessas séries, lá ordenados cronologicamente. A cada dossiê é atribuído um código, composto pela sigla do arquivo ao qual o dossiê pertence, seguido de uma letra representativa do tipo de documento, do número da série e do número do dossiê.

O código AC.T.3.031, por exemplo, diz respeito ao dossiê número 31, da série 3 (produção intelectual), do arquivo Amoroso Costa (AC). A letra T após a sigla indica que o dossiê é do tipo textual.

Além do código, cada dossiê recebe uma descrição contendo um resumo de seu conteúdo, o local e período de produção dos documentos que o constituem e seu número de folhas.

O dossiê AC.T.3.031, em particular, possui a seguinte descrição: "MANUSCRITOS do trabalho 'Idéias fundamentais de matemática'. - Rio de Janeiro, s.d. - 180f." (p. 20). O período de produção desses documentos é desconhecido, conforme o indica a sigla "s.d.". O valor desse documento é inestimável, pois além de seus manuscritos apresentarem diferenças significativas em relação ao livro, contêm em suas primeiras folhas uma lista das obras que serviram de referência para a sua escrita.

De acordo com o inventário, nenhum outro manuscrito do livro está disponível no acervo, por isso a surpresa deste autor quando percebeu, ao acessar o dossiê AC.T.3.033 – descrito como "MANUSCRITOS do trabalho 'Sobre a concepção da matemática pura'. - Rio de Janeiro, s.d. – 219 p." (p. 21) –, que ele contém, na verdade, um segundo rascunho de *As idéas fundamentaes da mathematica*. O exame desse material revelou tratar-se de uma versão muito próxima da que foi publicada, portanto é posterior à do dossiê anterior.

Diante da discrepância observada entre a descrição e o conteúdo do dossiê AC.T.3.033, este autor optou por checar os demais documentos do arquivo. Essa verificação levou à descoberta de alguns manuscritos sobre geometrias não-arquimedianas contidos no dossiê AC.T.3.037, cuja descrição é "MANUSCRITOS sobre pontos diversos de matemática traduzidos de obras estrangeiras. s.l., s.d. – 25f." (p. 21).

Uma primeira comparação entre os rascunhos e a versão publicada do capítulo que versa sobre geometrias não-arquimedianas também mostrou que o exemplo de números não-arquimedianos abordado na publicação não era o que Amoroso Costa tinha em mente enquanto preparava seu livro. Ele não é o mesmo que se encontra nos rascunhos contidos nos dossiês

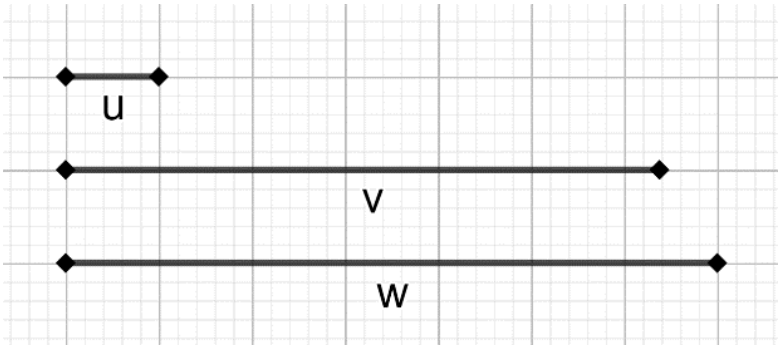
AC.T.3.031 e AC.T.3.033, mas está presente em um dos manuscritos que compõem o dossiê AC.T.3.037.

Números não-arquimedianos

No livro, o conteúdo de geometria não-arquimediana é discutido em duas seções (90 e 91), no capítulo XVII. A primeira dessas seções inicia com uma definição de geometria não-arquimediana e uma apresentação do princípio de Arquimedes. De acordo com o livro, tal princípio postula, em linhas gerais, que "dados dois segmentos, existe um múltiplo do menor, que é superior ao maior" (p. 211).

Se u e v são segmentos tais que u é menor do que v (está implícito no enunciado que os dois segmentos possuem comprimentos distintos), o que esse postulado estabelece é que existe um múltiplo inteiro w de u que é maior do que v (Figura 4).

Figura 4. O segmento w é um múltiplo de u (7 vezes u, nesse caso) que supera v.



Fonte: o autor.

Como corretamente observado por Amoroso Costa em seu texto, o reconhecimento da propriedade que o postulado exprime é anterior a Arquimedes e evidências disso podem ser encontradas em Euclides. Ele cita como exemplo a quarta definição do livro V de *Os Elementos*: "existe uma relação entre grandezas que podem exceder-se mutuamente por multiplicação" (p. 211), mas a prova da primeira proposição do livro X, que contém um fragmento mais explícito de tal princípio, parece não ter lhe ocorrido. Nela, Euclides fala de duas grandezas AB e C desiguais, a primeira maior do que a segunda, concluindo que "a C, sendo multiplicada, será, alguma vez, maior do que a AB" (2009, p. 354).

Embora conhecido há milênios, parece que o postulado de Arquimedes só passou a adquirir o *status* de axioma com as primeiras formulações axiomáticas da geometria, na segunda metade do século XIX. É nesse período que surgem os primeiros estudos sobre as geometrias não-arquimedianas, que se baseiam na negação desse axioma. A par desses estudos à época em que escreveu seu livro, Amoroso Costa cita o austríaco Otto Stolz – a quem atribui a denominação "postulado de Arquimedes" –, o alemão Friedrich Schur e os italianos Giusepp Veronese e Tullio Levi-Civita.

Não está claro, porém, qual foi sua referência para o caso particular de números não-arquimedianos que fornece na seção seguinte do capítulo XVII. O dossiê AC.T.3.037, que, conforme já mencionado, contém o exemplo discutido no livro, não apresenta esse registro.

O sistema de números não-arquimedianos que Amoroso Costa apresenta em *As idéas fundamentaes da mathematica* é constituído pelo conjunto de pares ordenados de números reais e uma relação de ordem e uma família de operações sobre esse conjunto assim definidas ($a, b, a', b', a_1 \dots a_n, b_1 \dots b_n$ são números reais e m, inteiro positivo[10]):

1) $(a, b) = (a', d')$ quando $a = a'$ e $b = b'$
2) $(a, b) < (a', b')$ quando $b < b'$ ou quando $b = b'$ e $a < a'$
3) $(a_1, b_1) + \cdots + (a_n, b_n) = \left(a_1 + \cdots + a_n, \frac{b_1 + \cdots + b_n}{n}\right)$
4) $m \times (a, b) = (ma, b)$
5) $(a, b) \times (a', b') = (a \times a', b + b')$

Ele afirma, mas não apresenta uma justificativa para tanto – talvez pelo fato de não ser um texto voltado para o especialista –, que a relação de ordem segundo (2) é linear, que a adição definida em (3) é unívoca, comutativa e não-associativa e que a multiplicação estabelecida em (5) é comutativa, associativa e distributiva em relação à adição. Esse sistema, conclui, constitui um exemplo de sistema de números não-arquimedianos, pois, para qualquer inteiro positivo n:

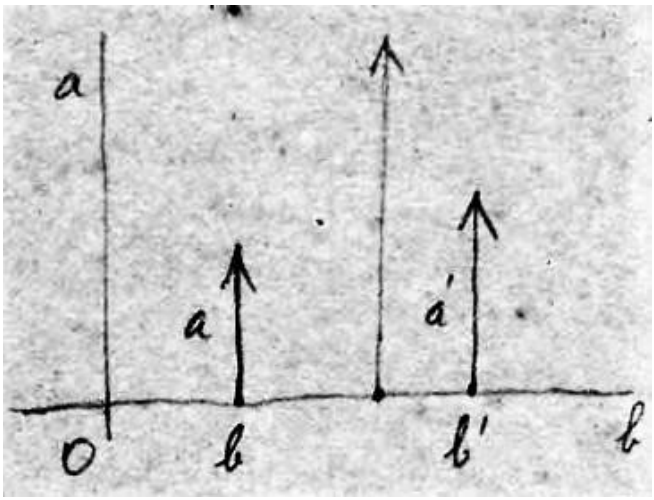
$$n \times (a, b) < (a', b') \text{ quando } b < b'$$

[10] Exceto pela letra m na definição 4, a notação aqui empregada é exatamente a mesma da do livro.

Amoroso Costa não fornece um exemplo dessa desigualdade, mas isso é fácil de fazer: nos termos da definição (2): o número $(5,2)$ é menor do que $(1,3)$, pois $2 < 3$. Não existe, entretanto, múltiplo inteiro (positivo) do primeiro que supera o segundo, pois, qualquer que seja n inteiro positivo, $n \times (5,2) = (5n, 2) < (1,3)$ (definição 4). Ou seja, o postulado de Arquimedes não se aplica a esses números.

Ele menciona uma interpretação geométrica, onde cada "número" (a, b) do plano é representado "por uma setta de comprimento a, perpendicular a uma recta dada no ponto de abcissa b, pé da setta" (p. 215), porém o livro não apresenta nenhuma imagem dessa descrição. No fólio 24 do dossiê AC.T.3.037, encontra-se um desenho de próprio punho na qual essa representação é ilustrada (Figura 5).

Figura 5. Desenho de próprio punho de Amoroso Costa do modelo geométrico de "seus números" (recorte do fólio 24 do dossiê AC.T.3.037).



Fonte: Zenith.

Conforme se pode conferir na Figura acima, os números (a, b) e (a', b') são representados como segmentos orientados de comprimento a e a' e origem nos pontos de abcissa b e b' ("pés" dos segmentos), respectivamente. Mesmo que o segmento que representa o número (a, b) tenha um comprimento maior do que o que representa o número (a', b') – caso em que $a > a'$ –, se o primeiro número for menor do que o segundo, o primeiro segmento ainda será considerado menor do que o outro, que ficará à direita daquele no plano cartesiano.

Numa última observação sobre essa construção, a soma de dois números (a, b) e (a', b') quando $b = b'$ faz com que o comprimento do segmento orientado resultante seja a soma dos comprimentos dos segmentos parcelas, cujas origens coincidem entre si e com a do primeiro. Isso acontece porque a adição de duas parcelas é colocada como um caso particular da adição de n números que está definida em (3):

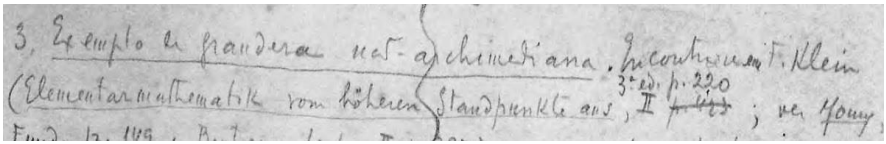
$$(a, b) + (a', b') = \left(a + a', \frac{b + b'}{2}\right)$$

Portanto, se $b = b'$, $(a, b) + (a', b') = (a, b) + (a', b) = \left(a + a', \frac{b+b}{2}\right) = (a + a', b)$.

Amoroso Costa não diz isso explicitamente, mas a sua definição (3) estabelece, na verdade, uma família de "adições", pois cada n inteiro maior do que 2 determina uma operação diferente. Assim, $(a, b) + (c, d) + (e, f) = \left(a + c + e, \frac{b+d+f}{3}\right)$ que, em geral, não é o mesmo que $[(a, b) + (c, d)] + (e, f) = \left(a + c + e, \frac{\frac{b+d}{2}+f}{2}\right)$.

O exemplo abordado nos rascunhos dos dossiês AC.T.3.031 e AC.T.3.033, e que não foi publicado, não possui relação com o de cima. Trata-se de um caso de grandeza não-arquimediana que Amoroso Costa "emprestou" do segundo volume da obra *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte* (*Matemática elementar de um ponto de vista superior*), de Felix Klein. A Figura 6 apresenta uma anotação sua em um dos fólios do primeiro dossiê, na qual essa apropriação se confirma.

Figura 6. Anotação indicando a fonte do exemplo discutido no manuscrito (recorte do fólio 164 do dossiê AC.T.3.031).

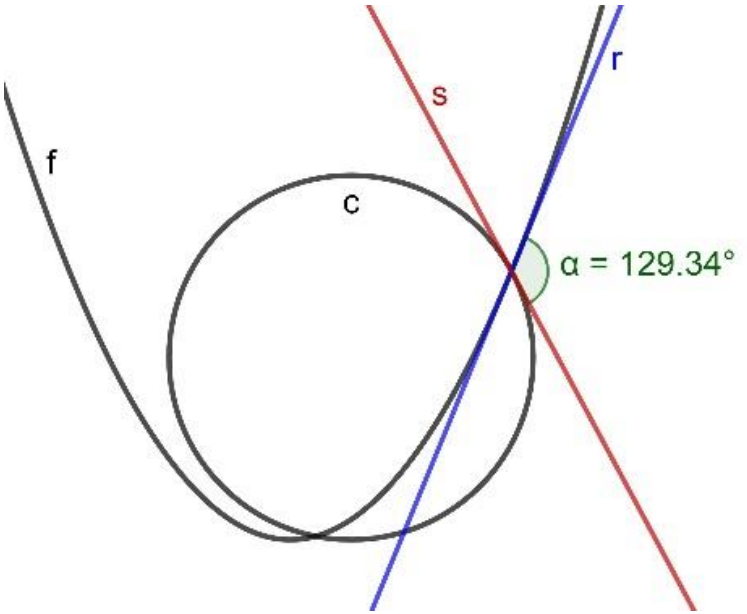


Fonte: Zenith.

A grandeza discutida por Klein – que ele denomina *horn-förmigen Winkel* e será designada aqui por *ângulo corniforme* – já era conhecida na época de Euclides, cujo conceito de ângulo compreendia a inclinação de duas linhas no plano, não necessariamente retas. O problema é como

determinar a medida de um ângulo desse tipo. É possível fazer isso em termos da medida do ângulo determinado pelas retas tangentes às curvas que compreendem o primeiro, como ilustrado na Figura 7.

Figura 7. As medidas dos ângulos compreendidos pelas duas curvas (parábola e circunferência) são determinadas a partir dos ângulos formados pelas retas tangentes (r e s, respectivamente) a essas curvas no seu ponto de sua intersecção.

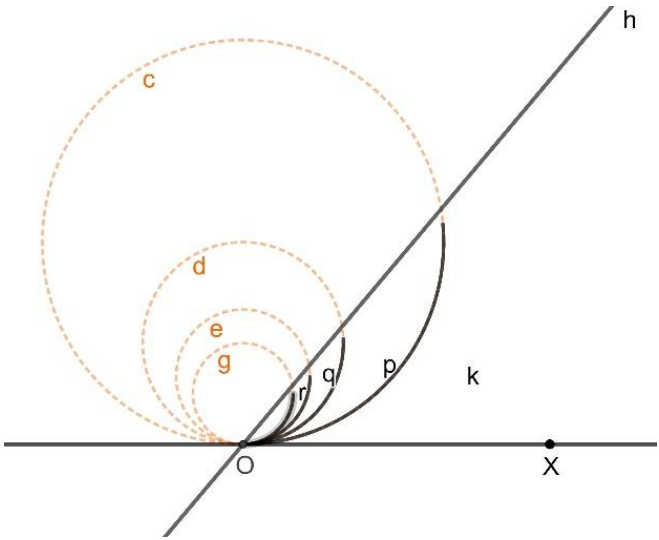


Fonte: o autor.

Desse modo, se o ângulo é formado por duas curvas tais que uma delas é a própria reta tangente à curva, a sua medida será zero. Por esse motivo, qualquer ângulo dessa natureza será menor do que qualquer ângulo compreendido por duas retas, desde que essas retas não coincidam.

A reta $\overleftrightarrow{OX}$ da Figura 8 é tangente às circunferências c, d, e, g no ponto O. Essas circunferências determinam arcos que formam com a semirreta $\overrightarrow{OX}$ os ângulos corniformes k, p, q, r respectivamente. Todos esses ângulos são menores, portanto, do que o ângulo compreendido pelas semirretas $\overrightarrow{OX}$ e Oh, sendo que k é menor do que (está em contido em) p, que é menor do que q, que é menor do que r (que contém todos esses ângulos, pois o arco de circunferência que determina r está "acima" de todos).

Figura 8. Os ângulos corniformes p, q, r são múltiplos de k e esses ângulos são menores do que o ângulo definido pelas semirretas $\overrightarrow{OX}$ e Oh.



Fonte: o autor.

É possível definir o conceito de múltiplo inteiro de um ângulo desse tipo da seguinte maneira: os raios das circunferências d, e, g da Figura 8 têm $1/2, 1/3, 1/4$, respectivamente, do raio da circunferência c. Assim, os ângulos p, q, r são, respectivamente, 2 vezes, 3 vezes, 4 vezes o ângulo k. De modo geral, se o raio de um arco de circunferência tangente a $\overleftrightarrow{OX}$ no ponto O é $1/n$ do raio da circunferência que determina o ângulo k, o ângulo que o arco da circunferência determina com $\overrightarrow{OX}$ é nk. Logo, qualquer múltiplo inteiro positivo de k não supera o ângulo definido por $\overrightarrow{OX}$ e Oh e o conjunto dos ângulos corniformes definidos dessa maneira peculiar constitui um sistema de grandezas não-arquimediano.

A discussão acima constitui uma parte do que Amoroso Costa pretendia exibir em seu livro. O motivo da mudança é desconhecido. Talvez tenha considerado mais simples para o público não especializado o que foi enviado para publicação, ou talvez quisesse apresentar uma construção de sua autoria, embora ainda não esteja claro se tal construção seja uma criação original sua.

Algo que se pode notar de imediato ao se examinar seus manuscritos é a indecisão quanto a denominação dos ângulos corniformes de Klein. Nos rascunhos mais antigos do livro (dossiê AC.T.3.031), ele os chama de

ângulos lunares, e nos mais recentes (dossiê AC.T.3.033), de ângulos "mixtos" (mistos). Outras alterações podem ser observadas desde a primeira versão até aquela que chegou até nós, porém uma crítica mais profunda do percurso de criação exige que a pesquisa esteja em um estágio mais avançado.

Considerações finais

Os pressupostos da pesquisa cujas primeiras impressões foram aqui expostas são de que a produção, circulação e utilização de textos é parte intrínseca da atividade científica e que a sua elaboração ocorre paralelamente à de conexão com os conceitos, teorias e ideias que contêm (CHEMLA, 2004). Isso significa que, do ponto de vista deste autor, os conceitos científicos não possuem neutralidade em relação aos recursos textuais que são empregados para se escrever sobre eles.

Nessa direção, o exame dos manuscritos do arquivo pessoal de Amoroso Costa pode ajudar a revelar alguns dos fatores cognitivos envolvidos na produção matemática desse autor e a lançar nova luz sobre a sua obra. Considerando ainda que os textos, enquanto formas simbólicas que são, refletem as circunstâncias sócio-históricas em que são produzidos e manipulados (THOMPSON, 2011), uma crítica genética desse material pode auxiliar na identificação de elementos próprios da cultura textual da comunidade científica a qual Amoroso Costa pertenceu, contribuindo para ampliar a base de conhecimento sobre a história e a epistemologia das ciências matemáticas no Brasil.

Referências

CHEMLA, K. History of science, history of text: an introduction. *In*: CHEMLA, K. (ed.). **History of science, history of text**. Dordrecht: Springer, 2004. p. vii-xxvii.

COSTA, M. A. **As idéas fundamentaes da mathematica**. Rio de Janeiro: Pimenta de Mello, 1929.

D'AMBROSIO, U. Um brasileiro no congresso internacional de matemáticos de 1900. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 3, n. 5, p. 131-139, abr./set. 2003.

EISENSTAEDT, J.; FABRIS, J. C. Amoroso Costa e o primeiro livro brasileiro sobre a relatividade geral. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 26, n. 2, p. 185-192, 2004.

EUCLIDES. **Os elementos**. Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: Unesp, 2009.

KLEIN, F. **Elementarmathematik vom höheren Standpunkte Zweiter Band**: Geometrie. 3 Aufl. Berlin: Julius Springer, 1925.

MUSEU DE ASTRONOMIA E CIÊNCIAS AFINS. **Arquivo Amoroso Costa**: inventário sumário. Rio de Janeiro: MAST, 1995. Disponível em: http://zenith.mast.br/c_home.php. Acesso em: 10. Jan. 2021.

SALLES, C. A. **Crítica genética**: fundamentos dos estudos genéticos sobre o processo de criação artística. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2008.

SANTOS, A. G. Apontamentos para a biografia de Amoroso Costa. *In*: COSTA, M. A. **As idéias fundamentais da matemática e outros ensaios**. São Paulo: Grijalbo, 1971. p. 17-25.

SILVA, C. M. Recepção da teoria da relatividade no brasil entre 1919 e 1934. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 5, n. 10, p. 57-79, 2005.

SILVA, C. M. Politécnicos ou matemáticos? **História, Ciências, Saúde – Manguinhos**, Rio de Janeiro, v. 13, n. 4, p. 891-908, out./dez. 2006.

SILVA, C. P. Manuel Amoroso Costa: o continuador da obra matemática de Otto de Alencar Silva. **LLULL**, v. 23, p. 91-101, 2000.

SILVA, C. P. **A matemática no Brasil**: história de seu desenvolvimento. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2003.

SIQUEIRA, R. M. Enciclopedismo, distinção profissional e modernidade nas ciências matemáticas brasileiras (1808-1930). **Revista Brasileira de História da Ciência,** Rio de Janeiro, v. 7, n. 1, p. 81-91, jun. 2014.

SIQUEIRA, R. M. Pureza e desinteresse como distinção: as matemáticas entre engenheiros politécnicos na virada do século XIX para o XX. **História Unisinos**, v. 22, n. 4, p. 534-546, nov./dez. 2018.

THOMPSON, J. B. **Ideologia e cultura moderna**: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. 9. ed. Petrópolis: Vozes, 2011.

Malba Tahan: uma biografia, um arquivo e o Bom Professor

Claudiana dos Reis de Sousa Morais[11]
Leandro Piazzon Corrêa[12]

Este artigo traz à luz, em primeiro momento, algumas passagens da trajetória do professor, escritor e conferencista Júlio César de Mello e Souza ou Malba Tahan, como também era conhecido. Para tal, conta com pesquisas a partir de seu arquivo pessoal, que se encontra no Centro de Memória, da Faculdade de Educação da Unicamp (CME/UNICAMP) e de alguns autores que pesquisaram sua vida e trajetória. Em um segundo momento, o texto abordará o conteúdo de três livros, de uma série de seis, publicados por Malba Tahan em 1967, destacando nesses livros as ideias e as propostas principais do autor acerca da didática, do professor e educação matemática.

Júlio César de Mello e Souza, o Malba Tahan e suas múltiplas faces

O arquivo pessoal de Júlio César de Mello e Souza se relaciona à sua trajetória profissional, como momentos da concretização de trabalhos, projetos e seus feitos. Da sua vida particular ou pessoal, poucos indícios foram encontrados. Os documentos que dele fazem parte são numerosos e variados, dentre eles se encontram cartas, boletins, diplomas, recortes de jornal, além de originais e souvenirs.

O autor desse acervo trata-se de um personagem brasileiro (1895-1974), natural do Rio de Janeiro e criado na cidade de Queluz, SP. Sua trajetória já foi narrada de diversos modos e a partir de vários autores, podendo ser encontrado uma variedade de artigos, dissertações e teses, contendo informações consideráveis que deixam aparentes suas condutas e feitos.

[11] Mestre e Doutoranda em Educação pela Faculdade de Educação da Unicamp. Pesquisadora no Programa de Estudos e Pesquisas em História da Educação do Centro de Memória da Educação da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas. E-mail: claudiana.reis@gmail.com

[12] Mestre em Educação pela Faculdade de Educação da Unicamp. Pesquisador no Programa de Estudos e Pesquisas em História da Educação do Centro de Memória da Educação da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas. E-mail: leandropiazzon@gmail.com

A partir de alguns autores, dentre eles Lorenzato (1995, 2004), Cavalheiro (1991), Salles (1974), Faria (2004, 2015) e de seu arquivo pessoal pode-se perceber a imaginação dele em criar e assumir alguns pseudônimos. Ainda na infância, criou Salomão IV, inventado em uma revista chamada ERRE, que ele mesmo escrevia e editava; 846, que era o número que recebeu no Colégio Militar; Capote, R. S. Slade, Meluza, Breno de Alencar Bianco, um tradutor fictício de algumas de suas obras e, finalmente, Malba Tahan, imaginário escritor árabe, usado nas suas obras literárias. Este último, foi o pseudônimo que o consagrou na literatura, sendo esse anexado ao seu nome verdadeiro, por um decreto especial do Ministério da Justiça, autorizado por Getúlio Vargas (CAVALHEIRO, 1991; LORENZATO, 1995).

O pseudônimo Malba Tahan foi tão reconhecido que muitos de seus admiradores deram o nome Malba a seus filhos e várias bibliotecas receberam o nome "Malba Tahan" Cavalheiro (1991). Houve acidentes geográficos com esse nome, como no município de São Domingos, no Alto Rio Doce, no qual um proprietário deu o nome de Malba para uma lagoa em sua propriedade Maciel (2008). Com este pseudônimo, Júlio César de Mello e Souza conseguiu introduzir sua literatura de forte exotismo oriental, tendo ele escrito uma biografia fictícia, fazendo todos acreditarem, por longo tempo, que aquelas histórias que escrevia eram traduzidas de um famoso escritor árabe, de nome Ali Iezid Izz-Edim Ibn Salim Hank Malba Tahan (CAVALHEIRO, 1991).

Com o pseudônimo Malba Tahan publicou sua primeira obra em 1925, que foi o livro "Contos de Malba Tahan". Em 1932, lançou o livro "O Homem que Calculava" (LORENZATO, 2004), também assinado por Malba Tahan. Nesse período, seu verdadeiro nome só era assinado nos livros relacionados ao ensino da matemática, porém, tal feito em ocultar seu verdadeiro nome terminou oito anos depois de ter lançado o primeiro livro de Malba Tahan e então Júlio César de Mello e Souza viu-se obrigado a confessar sua mistificação literária e a revelar a face oculta de um dos escritores mais lidos no Brasil: Malba Tahan.

Ainda assim, mesmo depois de divulgado que Malba Tahan não existia de verdade e que este era um pseudônimo, sua reputação e reconhecimento pouco ou nada foram abalados. Com isso, o personagem criado passou a compartilhar as ideias do professor Júlio César de Mello e Sousa. Depois de admitir essa alcunha, assumiu simultaneamente as duas identidades e com elas publicou literatura e matemática e, em parceria com alguns colaboradores, publicou ao longo da sua carreira mais de uma centena de livros. Dessa maneira, conciliou sua vida de professor de Matemática com a de contador de histórias (CAVALHEIRO, 1991). De

acordo com Lorenzato (1995, 2004), durante seus cinquenta anos de produção, lançou 120 livros, sendo 51 deles referentes à Matemática.

Como autor de livros, Júlio César de Mello e Souza foi premiado pela Academia Brasileira de Letras por algumas de suas obras, como o livro Céu de Alá, em 1930, e com o livro "O Homem que Calculava", em 1939. Este último foi a obra de maior sucesso de vendas, tendo sido traduzido para o espanhol, inglês, alemão, italiano e esloveno. Apesar de essa ser a obra de maior sucesso, a preferida dele é "A sombra do arco-íris", como lembra Nóbrega (1946).

Além de publicar suas obras, Júlio César de Mello e Souza também produziu e ou colaborou com algumas revistas. A primeira delas foi produzida quando ainda era criança, intitulada revista ERRE, onde inventou seu primeiro pseudônimo, Salomão IV. Duas revistas, destinadas a alunos e professores de Matemática, foram lançadas por ele e editadas por alguns anos, que foram a Lilavate e a Al-Karismi. Além dessas, fundou também a revista Damião, dedicada à causa dos leprosos, sendo enviada a todos os leprosos do Brasil e Portugal (LORENZATO, 1995; VALENTIM, 2010). Como editor, atuou juntamente com Salomão Serebrenick, em meados da década de 30, na Revista Brasileira de Matemática e, em parceria com Cecil Thiré e Jurandir Paes Leme, na revista Pathimel. Simultaneamente a sua produção de livros didáticos e literários, colaborou com algumas revistas e jornais brasileiros, tais como: O Imparcial, A Noite, O Jornal, O Diário da Noite, O Cruzeiro, Noite Ilustrada, O Correio da Manhã, Folha da Noite de São Paulo, Última Hora, Diário de Notícias, Jornal do Brasil e Tico-Tico.

Outra atividade exercida por Júlio César de Mello e Souza foi sua atuação no rádio e na televisão, tendo ele passado por Rádios no Rio, como a Nacional e a TV Tupi e o Canal 2, de São Paulo (CAVALHEIRO, 1991; VALENTIM, 2010). Além disso, encontrou tempo para dedicar-se as atividades sociais, como dar aulas a menores delinquentes do extinto S.A.M (Serviço de Assistência ao Menor) e também para dedicar-se em campanha contra a discriminação aos leprosos (1939-1974). Sobre a causa dos enfermos, visitou todos os leprosários do Brasil e escreveu artigos sobre o assunto, destinando tempo para auxiliar as vítimas da hanseníase (SALLES, 1974; LORENZATO, 2004 e FARIA, 2004, 2015).

Atuou também como conferencista, tendo viajado pelo Brasil e pelo exterior, como Montevideo, Buenos Aires e Lisboa, proferindo ao todo mais de duas mil conferências e cursos (SALLES, 1974). Desse modo, Júlio César de Mello e Souza se revelou homem multifacetado, conciliando todas essas atividades com o ofício de professor. Contudo, ao se falar desse autor, é provável que primeiro seja lembrada da sua atuação na área matemática,

sendo considerado por alguns autores como o precursor da educação matemática (LORENZATO, 1995, 2004; FAIGUELERNT, 2006).

Sobre o ofício de professor, Júlio César de Mello e Souza iniciou sua carreira docente lecionando História, depois Geografia e Física. Só mais tarde que passou a lecionar Matemática. Durante quatro anos, lecionou em escolas públicas e de 1925 a 1930 foi professor no Serviço Nacional de Assistência aos Menores (S.A.M), entidade que atendia a menores carentes, na Escola João Luiz Alves, trabalhando com menores delinquentes. Consta ter lecionado matemática no Colégio Pedro II, onde atuou por doze anos. Lecionou no Instituto de Educação do Rio de Janeiro, ministrando aulas de Matemática, Literatura Infantil e Folclore. Em 1926 foi nomeado professor na Escola Nacional de Belas Artes. Mais tarde foi transferido para a Faculdade Nacional de Arquitetura, recebendo o título de Professor Emérito da mesma. Trabalhou como professor durante oito anos nos cursos da Companhia De Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES), lecionando Didática Geral e Didática da Matemática. Ao longo de sua vida, foi professor de colégios particulares, religiosos e de escolas técnicas.

Alguns autores o consideram como precursor da educação matemática, dentre eles Lorenzato (1995, 2004) e Faiguelernt (2006). Esses são testemunhas da prática docente de Júlio César de Mello e Souza e beneficiaram-se de terem sido alunos em algum de seus cursos ou escola. Tanto Lorenzato (1995, 2004) quanto Faiguelernt (2006) assumem que o professor Mello e Souza exerceu influência nas suas trajetórias profissionais como professores de Matemática. Além disso, alguns autores lembram de que ele tinha uma forma peculiar de ministrar aulas e que a sua forma de apresentar a Matemática era divertida, ensinada com histórias, jogos e enigmas, os erros eram parte da matéria e não o incomodavam (SALLES, 1995).

Desse modo, essa personalidade brasileira, renomada e reputada, merece o devido reconhecimento, não só pelos seus feitos, mas também pelo seu legado deixado no campo educacional, além de ter influenciado metodologias de ensino e modos utilizados na educação, em particular na área da Matemática, da sua época até os dias atuais.

A arte de escrever para professores

Dentre os muitos recursos e características que Malba Tahan apresentou em toda sua carreira, provavelmente a mais reconhecida seja a de popularizador e divulgador da matemática no Brasil. Contudo, sua preocupação com o ensino não se limitava ao ensino e didática da

matemática, mas também abrangia a didática de maneira ampla. Seus trabalhos sobre a arte da contação de histórias e o uso de jogos como recursos ao ensino e aprendizagem demonstram isso.

Nesse contexto, destacam-se em meio a sua vasta e diversificada produção literária uma série de seis livros publicados na segunda metade dos anos 1960. Em 1967, os livros "A arte de ser um perfeito mau professor", "O mundo precisa de ti, professor" e "O professor e a vida moderna". Posteriormente, em 1969, foram publicados os livros "Antologia do bom professor", "Roteiro do bom professor" e "Páginas do bom professor", todos pela extinta Editora Vecchi.

As obras publicadas em 1967 apresentam estrutura e características distintas das que foram publicadas em 1969. "A arte de ser um perfeito mau professor", "O mundo precisa de ti, professor" e "O professor e a vida moderna" resgatam antigas publicações de Malba Tahan na coluna "A Escola e a Vida", que foi publicada no jornal "Folha de São Paulo" entre 1963 e 1965, além de diversos trabalhos e cursos ministrados pelo autor.

Os livros publicados em 1969 foram organizados por Malba Tahan em formato de antologias. Essas obras reuniram trabalhos, citações e excertos de diversos autores, intelectuais, professores ou não, que de alguma maneira contemplavam os ideais de Malba Tahan a respeito da educação e docência. Desses nomes, além de profissionais que publicaram em periódicos voltados à educação, com destaque para a "Revista do Ensino do Rio Grande do Sul" e a para a "Revista Escola Secundária", uma publicação da Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário – CADES, notabilizam-se os intelectuais que participavam de instituições que exerceram significativo protagonismo no cenário educacional brasileiro do século vinte, como a Associação Brasileira de Educação – ABE, o Instituto de Educação do Rio de Janeiro – IE-RJ e o Instituto Nacional de Pedagogia, que em 1972 passaria a se chamar Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais – INEP.

Contudo, cuidaremos nesse momento apenas das obras publicadas em 1967, pois são essas obras que confirmam um estilo de trabalho de Malba Tahan na confecção de conteúdo para seus livros. Ao montar seu arquivo pessoal, o autor de "O homem que calculava", também juntou em seu arquivo dois cadernos de recortes de jornal contendo as publicações da coluna "A Escola e a Vida", conforme descreve Corrêa (2020, p. 52):

> Malta Tahan arquivou recortes de jornal com os artigos da coluna "A Escola e a Vida" em dois cadernos, que lhe serviram de fonte para compor os capítulos dos livros que compuseram três, dos seis livros que foram publicados pela Editora Vecchi. De fato, os três livros

> trouxeram temas e assuntos abordados na coluna de maneira mais preponderante entre os anos de 1964 e 1965.

Esse reaproveitamento por parte de Malba Tahan do material guardado em seu arquivo é confirmado por Paulilo (2018, p. 181):

> Uma série de procedimentos testemunha um manuseio reiterado da produção. A presença de versões manuscritas, datilografadas, impressas em periódicos e editadas em livro de um mesmo conto ou texto, a existência de cópias recortadas e coladas em conjuntos de documentação diversos e o padrão de dispersão das cópias sugerem um trabalho continuado de compilação da produção. Sem descartar outras análises acerca das práticas de entesouramento de documentação pessoal em acervo privado, tem-se como hipótese que Júlio César de Mello e Souza reaproveitava o material já produzido em outras publicações.

Em a "Arte de ser um perfeito mau professor", Malba Tahan colocou em formato de livro uma seleção de alguns artigos publicados na coluna a "Escola e a Vida" no jornal "Folha de São Paulo". Notadamente, esses artigos da coluna tiveram como referência uma revista uruguaia de inspiração escolanovista, a "*Educación y Cultura"*, especificamente em artigo publicado na edição de dezembro de 1944, na secção "*Puntas Seca"*, sob o título "*El arte de ser un perfecto mal professo*r".

O autor uruguaio, de pseudônimo Domine, desenvolve uma série de argumentos, pautando procedimentos, comportamentos e ações que, se bem observadas, fariam de qualquer professor um perfeito mau professor. Nessa mesma sintonia, Malba Tahan, inspirado tanto pelo título do artigo, quanto pelo seu conteúdo, escreve uma sequência de artigos em sua coluna na "Folha de São Paulo", onde cada lição de Domine serve de referência para um artigo na coluna "A Escola e a Vida". Desta forma, utilizando-se do mesmo movimento que fez para escrever na coluna, inspirando-se no artigo de Domine, Malba Tahan faz o movimento de reaproveitar os artigos da coluna "A Escola e a vida" para comporem seu livro "A arte de ser um perfeito mau professor".

Nesse livro, Malba Tahan adota a sigla P.M.P. para identificar o Perfeito Mau Professor e trata de temas que são de certa maneira recorrentes em seus cursos e palestras. Capítulos como "A improvisação e o ensino do P.M.P.", "O professor rotineiro e a sala de aula", "A atividade improdutiva do mau professor", "O mau professor contador de anedotas" ou "A linguagem grosseira do P.M.P.", podem nos dar uma dimensão de como Malba Tahan compreendia a importância do professor dentro da sala de aula.

Ao tratar de improvisação em sala de aula, por exemplo, Tahan (1967a, p. 21) assevera que:

> O verdadeiro P.M.P. não planeja a aula, não prepara a lição e zomba, com refinadíssimo sarcasmo do colega caprichoso que se orienta por um roteiro. Na opinião do P.M.P. o roteiro de aula é tolice, infantilidade. Para quê roteiro? Para quê? Os alunos são uns bobos, não prestam atenção em coisa alguma. O ideal mesmo é a improvisação.
>
> Há professores tão descuidados e tão displicentes, que não tomam conhecimento nem mesmo do tema da aula que pretendem dar a uma certa turma. E, no entanto, a escolha do tema da aula é assunto de alta relevância em Didática.

A preocupação com os professores, alunos, didática e comportamento dentro de sala de aula dão o diapasão nas seis obras publicadas pela Editora Vecchi, mas principalmente nas obras de 1967 essa característica é mais acentuada, pois nessas, Malba Tahan não apenas trouxe seus artigos publicados em sua coluna na "Folha de São Paulo", mas também faz a defesa de alguns preceitos e ferramentas didáticas que ele julga fundamental ao bom professor.

No livro "O mundo precisa de ti, professor", Malba Tahan também vai recuperar artigos publicados em sua coluna "A Escola e a Vida". Contudo, nesses artigos, o autor trata majoritariamente da ética profissional do professor. Em seus 38 capítulos, temas como o salário do professor, escolas que não educam, a personalidade do professor e a conduta do professor, consolidam de maneira clara as opiniões de Malba Tahan sobre o papel do professor dentro e fora da sala de aula. Merecem especial atenção os capítulos 13, 14 e 15, que abordam a relação do professor com a sociedade, com a escola e com o aluno, parametrizando valores e princípios éticos delineados pelo autor, que se apoia em autores como Tristão de Athayde, por exemplo, de inspiração católica.

Nesse mesmo livro, a respeito da conduta do professor fora da sala de aula, Tahan (1967b, p. 43) afirma que:

> A profissão de professor exige daquele que a exerce conduta exemplar total. Não pode ser o mestre direito, probo e recatado na Escola e indigno e desonesto na Sociedade. Os adolescentes tomam os adultos por como modelos. Se o educador, em classe, prega uma coisa e, na vida, fora da escola, pratica outra, está desfibrando caracteres, traindo os adolescentes e a confiança que nele depositaram a Família, a Escola e a Sociedade.

Essa preocupação com o professor e seu comportamento, também vai aparecer no livro "O professor e a vida moderna". Nessa obra, dividida em três partes, Malba Tahan, além resgatar na primeira parte 17 artigos que haviam sido publicados em sua coluna da "Folha de São Paulo", oferece também um estudo sobre o uso do caderno dirigido na segunda parte; e outro sobre o método de jograis, na terceira parte, todos igualmente publicados em sua coluna "A Escola e a Vida". Tanto o material referente ao caderno dirigido, quanto o relacionado ao método de jograis fizeram parte de cursos que Malba Tahan já havia ministrado anteriormente.

Chama a atenção na primeira parte os artigos que tratam do comportamento do professor, como "O decote motivador da professora loura", "O monge e o professor rotineiro" e "Como torturar as crianças", mas também outros onde sua preocupação com o ensino da matemática fica evidente. Com relação ao ensino da matemática, nos artigos "O aluno morto, o grau sessenta e a geometria", "A matemática para o engenheiro" e "O cálculo integral, o carrapato e o pé de café", Malba Tahan vai abordar as questões do algebrismo, com relativo bom humor, além de discutir o currículo dos cursos de engenharia e escolas técnicas e o ensino de matemática nesses locais. No artigo "O cálculo integral, o carrapato e o pé de café", Tahan (1967c, p. 57) traz à tona um curioso acontecimento a respeito de um estudante de Agronomia que nunca havia visto um pé de café:

> As consequências de matematizar os cursos técnicos são deploráveis. Podemos recordar, aqui, um caso muito curioso. Um jovem formado pela nossa brilhante e prestigiosa Escola Nacional de Agronomia, sabia cálculo diferencial, conhecia admiravelmente o cálculo integral e, segundo nos confessou, com grande mágoa, nunca havia visto um pé de café.

O combate ao algebrismo foi um tema no qual Malba Tahan se debruçou frequentemente ao falar sobre ensino de matemática, como explica Lorenzato (2013, p. 4-5):

> Ele condenava radicalmente problemas irreais, absurdos, e sem a menor utilidade... o algebrismo (cálculo pelo cálculo), o qual, segundo ele, deveria ser integralmente abolido do ensino da Matemática, por ser um monumento de impropriedade didática. [...] Malba Tahan foi também um herege, porque combateu muitas das ideias dominantes de sua época, referentes ao ensino da Matemática. É o caso do que ele chamava de "o inútil da Matemática" ou de "noções parasitárias", referindo-se a assuntos que, segundo ele, não deveriam estar nos programas escolares.

No restante do livro, segunda e terceira parte, Malba Tahan combaterá o método da preleção simples, que ele chama de salivação, fará veemente defesa do uso do caderno dirigido como ferramenta didática para um bom ensino da matemática, sustentado seus argumentos por meio dos depoimentos de 42 professores que adotaram o método. É dado destaque à opinião do professor Saburo Okada, que assegura "que o método do Caderno Dirigido, para o caso especial do ensino de matemática, é de uma eficiência admirável. Funciona como catalizador perfeito e positivo para um aproveitamento ideal" (TAHAN, 1967c, p. 136).

Nas observações finais, ao comentar sobre a adoção do caderno dirigido e o uso do método de jograis, Malba Tahan é assertivo, afirmando que "o método de jograis, com caderno dirigido, exige uma técnica especial e, por isso, a muitos professores indoutos ou displicentes, faltará capacidade didática para aplicá-lo" (TAHAN, 1967c, p. 168).

Nessas três obras, Malba Tahan conseguiu reunir ideias e preceitos que lhe eram caros quando o assunto era educação, didática, matemática e professores. Apesar de, naquele momento, estar publicando tais ideais durante um momento conturbado da política nacional, no qual suas principais referências estavam deixando a vida pública, seja pela morte inexorável, seja por questões ideológicas, o professor, matemático, conferencista e literato não prescindiu de dizer no que acreditava. Mesmo no final de sua carreira, já aposentado e afastado da vida acadêmica, sua série de seis livros destinados aos "bons professores", reforça a tenacidade de seu trabalho e a determinação de permanecer vivo no competitivo cenário editorial educacional da época.

Conclusão

De maneira alguma pretendemos com esse texto esgotar as possibilidades de análises que o estudo do Acervo Malba Tahan e a série de seis livros publicados por ele através da Editora Vecchi nos oferecem. Os trabalhos de Siqueira Filho (2008), Morais (2017) e Corrêa (2020) dedicaram-se a isso. Contudo, é imperioso destacar a versatilidade do trabalho do Professor Júlio César de Mello e Souza, o Malba Tahan, e conhecer a sua biografia, a maneira como ele foi construindo seu arquivo pessoal e de que forma ele fez uso deste enquanto produziu, até seu falecimento em 1974. Sua carreira como professor, escritor, conferencista e defensor da causa dos Hansenianos nos apresenta muitas possibilidades de pesquisa em diversas áreas.

Malba Tahan escreveu muito. Das suas obras com temática orientalista, de cunho moral e religioso, aos seus livros didáticos, manuais e

cartilhas, é possível observarmos a expressão de um autor com muitos recursos, de variado repertório intelectual, preocupado principalmente com a causa da educação brasileira. Apesar de não ter ocupado cargos públicos, como assim fizeram suas referências, Anísio Teixeira e Lourenço Filho, por exemplo, Malba Tahan trabalhou em instituições de extrema importância e prestígio para a história da educação brasileira, não se afastando do pensamento dos escolanovistas, com os quais teve contato desde os primeiros anos desse movimento no Brasil.

De certa forma, Malba Tahan condensou nos livros "A arte de ser um perfeito mau professor", "O professor e a vida moderna", "O mundo precisa de ti, professor" e nas três antologias, das quais não tratamos aqui, um padrão de docência que compreendia como sendo o ideal, no qual ele era o maior e melhor exemplo de Bom Professor.

Referência

CAVALHEIRO, Maria Theresa. **O homem que calculava: vida e obra de Malba Tahan**. 1991. Disponível em: http://www.malbatahan.com.br/artigos/artigo_maria_theresa_cavalheiro.pdf. Acesso em: jan. de 2016.

CORRÊA, Leandro Piazzon. **A biblioteca e o arquivo feitos obra: a publicação das antologias do Bom Professor de Malba Tahan**. 2020. 1 recurso online (122 p.) Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/343427. Acesso em: 19 Jun. 2020.

FAIGUELERNT, Estela Kaufman. **Malba Tahan: Cem anos de Matemática e Literatura**. 2006. Disponível em: http://www.malbatahan.com.br/artigos/artigo_estela_kaufman.pdf . Acesso em: jan. de 2016.

FARIA, Juraci Conceição de. **As Histórias Infantis de Malba Tahan: Um caleidoscópio Interdisciplinar**. Disponível em: http://www.malbatahan.com.br/artigos/artigo_juracy.pdf. Acesso em jan. de 2016. Acesso em: 20 nov. 2015.

FARIA, Juraci Conceição de. **A prática educativa de Júlio César de Mello e Souza Malba Tahan: Um olhar a partir da concepção de interdisciplinaridade de Ivani Fazenda**. Dissertação de Mestrado, Universidade Metodista de São Paulo, Faculdade de Educação e Letras. São Bernardo do Campo, 2004. 278 p.

LORENZATO, S. A. Uma especial página da educação matemática brasileira. **Ciências em Foco**, Campinas, SP, v. 2, n. 1, 2013. Disponível em: https://econtents.bc.unicamp.br/inpec/index.php/cef/article/view/9176. Acesso em: 31 mar. 2021.

LORENZATO, Sergio. **Malba Tahan – um precursor**. 2004. Disponível em: http://www.malbatahan.com.br/artigos/artigo_sergio_lorenzato_2.pdf}. Acesso em: 31 jan. de 2016.

LORENZATO, Sergio Lorenzato. **Um (re) encontro com Malba Tahan**. 1995. Disponível em: http://www.malbatahan.com.br/artigos/artigo_sergio_lorenzato_1.pdf. Acesso em: 31 jan. 2016.

MACIEL, Marcos Vinicius Milan. **GEMaTh – A criação de um grupo de estudos segundo fundamentos da Educação Matemática Crítica: uma proposta de Educação Inclusiva**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008. 135 p.

MORAIS, Claudiana dos Reis de Sousa. **Registros do acervo de Júlio César de Mello e Souza: rede de contatos em fundos de documentação pessoal**. 2017. 1 recurso online (129 p.). Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/322540. Acesso em: 1 set. 2018.

NÓBREGA, Adhemar. **Malba Tahan versus Mello e Souza**. Entrevista publicada em periódico, 1946. Fonte desconhecida. Disponível em: http://www.malbatahan.com.br/artigos/artigo_adhemar_nobrega.pdf. Acesso em: 31 jan. 2016.

PAULILO, A. L. Malba Tahan e a sua memória: a organização do arquivo do Prof. Júlio César de Mello e Souza. **Revista de Educação Matemática**, v. 15, n. 19, p. 173 - 187, 1 maio 2018.

PAULILO, André Luiz (Org.). A docência, a memória e a pesquisa histórica da educação. In **A docência e a memória: escritas e lembrança da educação**. Campinas, SP: Leitura Crítica; Associação de Leitura do Brasil-ALB, 2015. 96 p.

SALLES, Pedro Paulo. **O que é, o que é?** 1995. Disponível em: http://www.malbatahan.com.br/artigos/artigo_pedropaulo_salles.pdf. Acesso em: 31 jan. 2016.

SALLES, Ruth Sylvia Miranda. Malba Tahan. **Revista "Nás", da Escola Rudolf Steiner**, SP, 1974. Disponível em:

http://www.malbatahan.com.br/artigos/artigo_ruth_salles.pdf. Acesso em: 31 jan. 2016.

SIQUEIRA FILHO, Moyses Gonçalves. **Ali Iezid Izz-Edim Ibn Salim Hank Malba Tahan: episódios do nascimento e manutenção de um autor-personagem**. 2008. 258p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/251844. Acesso em: 10 ago. 2018.

TAHAN, Malba. **A arte de ser um perfeito mau professor**. Rio de Janeiro: Vecchi, 1967a.

TAHAN, Malba. **O mundo precisa de ti, professor**. Rio de Janeiro: Vecchi, 1967b.

TAHAN, Malba. **O professor e a vida moderna**. Rio de Janeiro: Vecchi, 1967c.

VALENTIM, Maurílio Antônio. **Literatura e matemática: o homem que calculava, de Malba Tahan**. Juiz de Fora: Centro de Ensino Superior de Juiz de Fora, Dissertação de Mestrado, 2010. 103 p.

O professor de Matemática não trabalha durante a pandemia!

Luiz Ademir Bassani[13]

Introdução

A suspensão das aulas por conta da pandemia de Covid-19 deu-se em março de 2020. O distanciamento social trouxe aos professores a necessidade de aprenderem a utilizar novas tecnologias e metodologias, em particular para o ensino da Matemática. Após um ano, em março de 2021, a pandemia persiste, as atividades de ensino nas escolas públicas estaduais continuam no formato híbrido e os professores também seguem em aprendizagem e em busca de práticas de ensino mais adequadas para os alunos, a partir de cursos, reflexões e trocas entre os pares. Além disso, frente ao distanciamento social, também se esforçam para manter a participação dos alunos nas atividades propostas.

Neste cenário, em que o Ensino Híbrido se configurou como novo método de trabalho, temos as novas tecnologias de informação e comunicação (NTIC), que, segundo Conforto e Vieira (2015, p. 45), contam com:

> A abundância de recursos e de conteúdos físicos e digitais, aliada a ampliação dos serviços de conexão móvel com a Internet, de armazenamento em nuvem e a evolução da telefonia celular, promoveram o surgimento de uma nova modalidade de educação, a Aprendizagem Móvel.

A urgência de desenvolvimento docente, particularmente para o ensino da Matemática, levou-nos ao fortalecimento das interações e de troca entre os pares, além dos cursos de formação promovidos pela Secretaria de Estado da Educação - SED. Nesse contexto, o presente escrito trata de um relato ou uma análise das narrativas de uma comunidade de práticas da qual participo, não contemplando considerações exclusivas sobre meu próprio trabalho.

[13] Mestre em Educação pela PUC Campinas/SP, graduado em Matemática pela UNIG e em Ciências Físicas e Biológicas pela UNIVALE. Docente de Matemática na Escola Estadual Deolinda Maneira Severo de Indaiatuba/SP. E-mail: luiz.bassani.indaia@gmail.com.

Referencial

O Ensino Híbrido já foi apresentado como método que combina aprendizado *online* com *offline*, antes impossibilitado pela falta de acesso às tecnologias e redes, agora já superado no momento atual. O Ensino Híbrido consiste em uma metodologia ativa que, segundo Moran (2018), contempla:

a) Sala de aula invertida: quando os alunos têm acesso ao conteúdo antes das discussões em sala de aula;
b) Resolução de problemas: quando o aluno ou alunos solucionam problemas e desafios;
c) Projetos: a partir da teoria apresentada, a qual os alunos a colocam em prática para produzir ou elaborar um projeto, praticando o que estudaram;
d) Estudo de caso: também se dá pela resolução de problemas, dessa vez mais ligados ao mundo real.

Os principais princípios que norteiam as metodologias ativas de ensino são: professor facilitador, mediador e ativador do conhecimento, ou seja, sem o tradicional papel enciclopédico. Já o aluno é o centro do ensino e da aprendizagem, que lhe propicia autonomia, reflexão, problematização da realidade, trabalho em equipe e, por fim, inovação. Para Oliveira (2006, p. 18) essa nova metodologia

> [...] permite o trabalho com grupos cooperativos, cria condições para que os alunos experimentem suas descobertas, desenvolvam a confiança na própria capacidade de aprender e tomar decisões, fazer escolhas apropriadas na vida. Possibilita também praticar o ouvir e refletir sobre fatos; defender a si mesmo e suas ideias de forma apropriada; tomar providências para concretizar objetivos; dizer a verdade, honrar compromissos e servir de exemplo.

Neste contexto em que o Ensino Híbrido se apresenta, o uso das redes de internet e de acesso às NTIC's está associado às necessidades de aulas em período de distanciamento social. São quatro as formas de uso do Ensino Híbrido, segundo Horn e Staker (2015).

a) Na ROTAÇÃO, o aluno ou alunos são levados a um laboratório de informática para aula virtual, podendo usar o método de aula invertida ou não;
b) No modelo FLEX, o aluno tem aulas presenciais e virtuais, com o mesmo professor. Para os dois autores são:

> [...] cursos ou matérias em que ensino online é a espinha dorsal da aprendizagem do aluno, mesmo que às vezes direcione os estudantes para atividades presenciais. O professor tutor está no local, e os estudantes aprendem principalmente em uma escola tradicional, física, exceto por alguma lição de casa. Os estudantes movem-se pelo

> curso Flex de acordo com suas necessidades individuais. Professores estão disponíveis, presencialmente, para oferecer ajuda e, em muitos programas, iniciam projetos e discussões para enriquecer e aprofundar a aprendizagem, embora, em outros, eles estejam menos envolvidos. (HORN e STAKER, 2015, p. 47).

c) No modelo chamado À LA CARTE o aluno participa de aulas online e presenciais;
d) No quarto modelo, chamado de VIRTUAL ENRIQUECIDO, o aluno frequenta as aulas presenciais e há um complemento com conteúdos online oferecidos pelo mesmo professor.

Neste cenário de pandemia, o hibridismo é apresentado como uma metodologia que combina a aprendizagem presencial e remota, a interação entre alunos, entre alunos e professores e professores entre si. É feito de maneira virtual e presencial.

Considerando a importância da relação professor-aluno no processo ensino-aprendizagem, que vai muito além da mera transmissão de conhecimentos, há que se considerar que a mediação da aprendizagem através das NTIC's poderia distanciar o aluno da escola. Para Sarmento (2010, p. 14)

> [...] a sala de aula precisa ser espaço de formação, de harmonização, onde a afetividade em suas diferentes manifestações possa ser usada em favor da aprendizagem, pois o afetivo e o intelectual são faces de uma mesma realidade, o desenvolvimento do ser humano.

Então, nos deparamos com dois novos desafios que se complementam: manter a aproximação com os alunos e aprender a usar as NTIC's para o Ensino Híbrido durante o distanciamento social. Assim, cabem a seguir algumas considerações a respeito do Desenvolvimento Profissional Docente (DPD).

Sem a pretensão de esgotar o tema, lembro que DPD é considerado *desenvolvimento,* tem uma conotação de evolução e continuidade, não cabendo nem à formação inicial ou a cursos de reciclagem. Um processo que vai se construindo à medida que o professor ganha experiência, sabedoria e consciência profissional a partir da reflexão da sua prática. (FIORENTINI e CRECCI, 2013).

Na mesma perspectiva, Cochran-Smith e Lytle (1999) consideram o DPD a partir de três concepções sobre a prática. A primeira, "conhecimento-para-prática", a qual pressupõe que o profissional docente deve utilizar teorias de pesquisadores na sua prática em sala de aula, não sendo considerado como gerador de conhecimento. A segunda, valoriza a

ação e a experiência docente, que ao investigar sua ação e sua prática gera conhecimento, sendo chamada de concepção "conhecimento-em-prática". A terceira concepção, "conhecimento-da-prática", é quando o professor considera sua sala de aula o local de investigação e produção de teoria.

Também sem a pretensão de esgotar o tema, lembro de que a interação entre os pares, sobre experiências e reflexões, é muito importante aos docentes. É apresentada como comunidades de prática, descritas assim por Wenger com McDermot e Snyder (2002, p.4-5):

> Comunidades de Prática são grupos de pessoas que compartilham um interesse, um problema em comum ou uma paixão sobre determinado assunto e que aprofundam seu conhecimento e expertise nesta área através da interação contínua numa mesma base... Estas pessoas não necessariamente trabalham juntas todos os dias, mas se encontram porque agregam valor em suas interações. Como passam algum tempo, juntas, elas compartilham informações, *insights* e conselhos. Ajudam umas às outras a resolver problemas, discutem suas situações, aspirações e necessidades. Elas ponderam pontos de vista em comum, exploram ideias e ações, assim como sondam os limites. Podem criar ferramentas, padrões, desenhos genéricos, manuais e outros documentos – ou podem simplesmente desenvolver uma tácita compreensão do que é compartilhado. Porém elas acumulam conhecimento, torna-se informalmente a fronteira (do conhecimento) pelo valor que agregam na aprendizagem que encontram juntas. Este valor não é meramente instrumental para o seu trabalho. Resulta também na satisfação pessoal de conhecer colegas que compreendem as perspectivas uns dos outros e de pertencer a um interessante grupo de pessoas. Com o passar do tempo, elas desenvolvem uma perspectiva única sobre seus tópicos bem como formam um corpo comum de conhecimento, práticas e teorias. Elas também desenvolvem relações pessoais e instituem formas de interação. Podem também desenvolver um senso comum de identidade. Elas tornam-se então uma Comunidade de Prática.

Considerando a importância e a tentativa de manter a aproximação entre aluno e professor durante o distanciamento social, e buscando a melhoria do ensino nesse contexto, apresento a seguir algumas das alternativas que nosso grupo, que pode ser considerado uma Comunidade de Prática, usou em nossas trocas, de forma virtual pelo aplicativo *WhatsApp.*

O ano de 2020

A narrativa que apresento são eventos de busca de instrumentos para nos aproximarmos dos alunos. Estão em ordem cronológica conforme

nossas dificuldades e necessidades naquele momento de início de isolamento social. Desconsidero aqui as formações propiciadas pela SED e pela Diretoria de Ensino de Capivari, que, apesar de importantes, foram consideradas por nós longe da realidade dos nossos alunos, pois não consideravam as dificuldade de acesso, de materiais dos alunos e professores ou a necessidade mais urgente do momento, qual seja, manter os alunos participativos.

A notícia de que o vírus já fazia vítimas no país colocou-nos em isolamento social logo na segunda quinzena de março de 2020. A portaria n.º 343, publicada no Diário Oficial da União, em 17 de março de 2020, dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais enquanto durar a situação de pandemia do COVID - 19 (BRASIL, 2020). Naquele momento, o governo do estado colocou os professores em férias. Nosso grupo – refiro-me a cerca de vinte professores – no qual havia pelo menos seis docentes de Matemática, um coordenador pedagógico e o diretor, montou grupos de *WhatsApp* com os alunos e com professores, passando a trocar informações sobre a pandemia e as formas de prevenção.

Sobre essa ferramenta, Saboia, Vargas e Viva (2013, p. 4) afirmam que "esta utilização tem se expandido, pois há uma natural evolução social em que as gerações anteriores têm se apropriado cada vez mais destas tecnologias". Passamos a utilizá-la para nossa comunicação, para trocas de experiências entre os professores e também para divulgar orientações aos pais e alunos. Com o retorno às aulas virtuais, o aplicativo passou a ser utilizado para envios de avisos, de atividades, de links de formulários, links das aulas pelo *Youtube*, recebimento de atividades, correção de algumas atividades e também para tirar dúvidas dos alunos, inclusive com reuniões com até cinco alunos simultaneamente. Entre os docentes, as trocas seguem até este momento, março de 2021, nos auxiliando com todo tipo de troca, até em momentos de descontração.

O lado negativo disso é o fato de usarmos nossos números e redes de internet particulares, não tendo horário fixo de trabalho, pois constantemente recebíamos e ainda recebemos mensagens de alunos. Há relatos de colegas docentes que tiravam dúvida após as 22h e também nos finais de semana, lembrando muito a uberização do trabalho exposto por Antunes (2019), que, na prática, coloca o professor trabalhador por conta própria, sem horário de entrada e saída, que assume os riscos e custos de seu trabalho e ainda que define sua própria jornada normalmente estendida.

Naquele momento, alguns professores já usavam o aplicativo *ZOOM* para realizar e/ou participar de reuniões em vídeo, que pode ser utilizado via celular. A ferramenta gratuita suporta até cem participantes em videoconferência de até 40 minutos para cada reunião ou aula. Com o fim

das férias antecipadas, os aplicativos *ZOOM* e o *WhatsApp* eram as principais ferramentas usadas por nós professores para avaliação da aprendizagem. Repito que entre as dificuldades estavam a falta de equipamentos e da rede de internet por parte dos alunos. Assim, o uso do *ZOOM* teve o uso desestimulado.

Logo em seguida, o governo de São Paulo, pensando na educação mediada por tecnologia, disponibilizou um aplicativo chamado Centro de Mídias de São Paulo (CMSP). Nele, aulas são transmitidas a partir de estúdios de TV instalados na sede da Escola de Formação dos Profissionais da Educação (EFAPE), sendo as mesmas aulas transmitidas também pelo canal digital da TV Educação, junto ao sinal da TV Cultura. Nós professores continuamos com nossos equipamentos, porém agora com o patrocínio do uso de internet pelo governo do estado. Nossa função é a de acompanhar as aulas e, posteriormente, tirar dúvidas dos alunos, novamente pelo aplicativo *WhatsApp.*

Um dado de maio de 2020 aponta que a audiência do CMSP tem alcançado metade dos alunos, ou seja, um percentual alto de alunos não tem acompanhado as aulas pela internet durante a pandemia (PINHO, 2020). O portal R7 (2020) noticiou que "Segundo o Tribunal de Contas, mais de 1,6 milhão de estudantes não participaram das aulas à distância". Isso confirma que o ser humano é um ser social por essência (GAZZANEO, 2018).

Cabe uma pesquisa para tratar desse tema. Destaco que neste texto proponho apenas narrar nossa experiência no ensino remoto durante a pandemia. Nas nossas conversas, entre docentes, percebemos o desinteresse de muitos alunos decorrente do distanciamento, por não entenderem ou não conseguirem acompanhar as aulas, pela falta de equipamentos, o celular ou o computador, e ainda a falta da internet para auxiliá-los nas pesquisas. Vale lembrar que o CMSP passa por atualizações constantes,–como bate-papo entre docentes e alunos e possibilita aulas "ao vivo" com o próprio professor e seus alunos, aparentemente numa tentativa de aproximação.

Aproprio-me de Libâneo, quando o mesmo ressalta que: "As relações entre professores e alunos, as formas de comunicação, os aspectos afetivos e emocionais, a dinâmica das manifestações na sala de aula faz parte das condições organizativas do trabalho docente, ao lado de outras que estudamos." (1994, p. 249).

A instalação do aplicativo e a configuração do mesmo era feita de maneira virtual. Mesmo assim, para muitos foi necessário a presença na unidade escolar para ajuda na instalação e uso. A falta de rede de internet para instalação, falta de equipamentos ou equipamentos com falta de memória também dificultavam o uso. Na tentativa de deixar o conteúdo mais

atrativo e assim atrair à maior participação, tentamos algumas alternativas, com incentivo de uso de ferramentas do *Google* e da *Microsoft*, temas que apresentarei a seguir.

Lembrando que nós professores, da nossa escola, não tínhamos habilidade para gravar aulas. Assim, para algumas disciplinas, decidimos enviar aos alunos links de vídeos do *Youtube*, com gravações de outros professores, que ensinam de maneira diferente o mesmo conteúdo apresentado no CMSP. O *Youtube* é uma plataforma de carregamento e compartilhamento de conteúdo audiovisual. Segundo Jonassen (2007), apud Bastos (2011, p. 41-42), o uso dessa ferramenta favorece o processo cognitivo, já que há "disponibilidade na web, gratuidade, formalismo simples e poderoso, funcionalidades básicas de fácil aprendizagem, generalização (...), aprendizagem transferível, pensamento crítico e construção de conhecimento". Lembrando que nós professores buscávamos o mesmo conteúdo apresentado pelo CMSP, porém de maneira mais lúdica e, às vezes, até mesmo apresentado por crianças ou adolescentes.

Ainda como tentativa de mediar o aprendizado, alguns professores compartilharam o uso do método da gamificação ou, pelo menos, tentaram utiliza-lo. Esse método tem como diferencial despertar maior engajamento do aluno e facilitar a mensuração dos resultados. É uma forma de usar elementos comuns dos jogos em situações que não se restringem ao entretenimento. Usamos *Khoot!* e *Wordwall* para fazer revisão de conteúdos e possibilitar a assimilação de conceitos.

O *Khoot!* pode ser usado via aplicativo ou direto no navegador Web, permite a criação de atividades para a dinamização de exercícios de múltipla escolha, de perguntas abertas e de competição entre alunos pelo ranqueamento. Para Wang (2015, p. 221)

> Kahoot! é um jogo baseado em respostas dos estudantes que transforma temporariamente uma sala de aula em um game show. O professor desempenha o papel de um apresentador do jogo e os alunos são os concorrentes. O computador do professor conectado a uma tela grande mostra perguntas e respostas possíveis, e os alunos dão suas respostas o mais rápido e correto possível em seus próprios dispositivos digitais.

No entanto, a utilização do aplicativo não provocou tanto entusiasmo quando feito com o distanciamento entre os alunos que o utilizaram. Depois das duas primeiras vezes que usamos, o interesse e o número de acessos caíram significativamente. Outra tentativa foi a utilização do *Wordwall*, que funciona diretamente no navegador do celular ou computador. Essa plataforma foi usada principalmente para as atividades com os alunos de 6º e 7º ano do Ensino Fundamental. Nela é possível criar

quizzes (questionários), jogos de palavras, palavras cruzadas e outros, totalizando 18 modelos de jogos. O professor produz seu jogo e envia aos alunos um link da atividade pelo aplicativo *WhatsApp*. Após a resolução, o professor recebe um relatório das atividades. O lado positivo é a facilidade de montar o jogo e de resolução pelos alunos. Por outro lado, há a dificuldade de acesso à internet e a disponibilidade limitada de jogos por conta registrada no site *Wordwall*.

As ferramentas descritas anteriormente serviram de apoio e, de início nos ajudaram a chamar a atenção dos alunos e contribuíram para maior participação dos mesmos. Apesar da melhora na aprendizagem, também descritas por autores como Alves Flora (2015), percebemos que a competição por ranqueamento não se sustentou como interessante para os alunos. Assim, acabamos por diminuir a intensidade desse tipo de atividade. Concomitantemente, começamos a compartilhar informações e tutoriais, a fim de fazer trocas a respeito do uso de *Google Classroo*m, pois nele é possível integrar, por exemplo, as ferramentas Documentos, Planilhas, Apresentações, *Gmail*, *Drive* e *Meet*, funcionando como uma sala virtual. Daudt (2015) cita algumas contribuições do *Google Classroom*, tais como criar turmas virtuais, enviar recados e atividades avaliativas, organizar atividades e facilitar a comunicação entre alunos e professores.

A utilização foi incentivada pela SED através do cadastro de todos os alunos no site *Google*, sendo que foi necessário inserir o Registro Acadêmico (RA) do aluno e sua senha. O problema que encontramos foi conseguir orientar o aluno, principalmente os mais novos, a criar senha, inserir e-mail e aprender a usar a ferramenta apenas por tutoriais, vídeos e explicações que enviávamos pelo *WhatsApp*. Houve muita confusão com senhas e contas por parte dos alunos e professores. Muitos alunos iam até a escola para conseguir o acesso à ferramenta. Nós professores trocávamos constantemente informações, tutoriais e vídeos explicativos sobre a configuração e uso da plataforma. Alguns professores seguiram usando a plataforma, outros decidiram pelo uso apenas da ferramenta Google Formulário, que parecia mais adequado naquele momento de 2020.

O Google Formulário é uma ferramenta gratuita, podendo ser utilizada com a utilização do e-mail institucional criado pela SED para cada aluno e professor, porém também pode ser usado com o e-mail particular, sem a necessidade de inserir novas contas e senhas. Os alunos que não tinham celular podiam fazer as atividades com celulares de terceiros por exemplo. Com ele, nós professores podemos produzir testes de múltipla escolha, questões discursivas, solicitar avaliações em escala numérica, entre outras opções, como inserir vídeos explicativos, fotos e tabelas. O aluno pode receber feedback instantâneo pela própria ferramenta e nós recebemos

um relatório de participação, erros e acertos. O lado positivo da ferramenta *Classroom* é a permissão de acesso aos arquivos através da Internet, sem a necessidade de instalação de programas ou armazenamento físico. Apenas enviamos o link da atividade pelo WhatsApp e recebemos as atividades resolvidas para feedback posterior, também por *WhatsApp*. Nguyen et al (2018) indicam que a ferramenta serve para avaliarmos conhecimentos pré-existentes e pós-aulas assistidas pelos alunos. No entanto, nós usávamos a ferramenta para enviar vídeos explicativos, nossos ou do *Youtube*, a fim de auxiliar na aprendizagem. O lado negativo ainda se refere à falta de equipamentos pelos alunos, falta de rede e, principalmente, o distanciamento dos alunos e professores para explicações e resolução de dúvidas no momento que elas acontecem.

As atualizações do CMSP trouxeram uma novidade no ano de 2021: o aplicativo disponibilizado pela SED apresenta a facilidade de o professor conversar com os alunos por uma sala de *bate-papo*, facilitando a interação com os discentes. Outra novidade é a possibilidade de transmitir sua própria aula online, reaproximando a ferramenta das características de Ensino Híbrido, apresentado anteriormente. Novamente registro nossas dificuldades: falta de equipamentos e redes de internet ressaltando, sobretudo que: professor não é *youtuber*! A ferramenta também apresenta a possibilidade de os alunos realizarem atividades no mesmo estilo formulário, facilitando o controle de acesso e participação dos alunos. Destacamos também que, após um ano do início da pandemia, a promessa de cada aluno receber um *chip* de celular com internet gratuita não foi efetivada.

Algumas considerações finais

Este texto começou com uma provocação, a partir do que vi e li em algumas redes sociais sobre professor não estar trabalhando durante a pandemia. Sim, trabalhamos e muito! A rotina que presenciei na nossa escola, no coletivo de professores que ensinam matemática, começava bem cedo, com trocas de mensagens e atualização das notícias sobre as determinações da Secretaria de Educação e da Diretoria de Ensino de Capivari, a qual nos reportamos. Ainda no *WhatsApp* fazemos parte do grupo de professores e equipe gestora da escola, do grupo de professores de matemática da Diretoria de Ensino e de pelo menos quatro grupos de alunos.

A rotina seguia em acompanhar as aulas pelo CMSP, fazer os registros das habilidades, quase que diariamente procurar vídeos no Youtube ou ainda preparar vídeo aulas para enviar aos alunos, junto com atividades via Google Formulários, que também enviávamos a eles. Além disso, também acompanhar alunos nos grupos de WhatsApp para fazer

atividades, tirar dúvidas e ainda corrigir e lançar notas nos diários, lembrando que devido às dificuldades dos alunos, principalmente com relação ao acesso e equipamentos, a todo o momento era necessário acompanhar as atividades realizadas nos formulários, conforme as dúvidas dos alunos apareciam. A chamada busca ativa, que consiste em encontrar alunos que pareciam abandonar as aulas remotas ainda fizeram parte do no nosso dia-a-dia, por meio de ligações e mensagens e até cartas, para alunos e pais, a fim de incentivar o retorno dos que estavam desestimulados.

Pode ser que alguns parágrafos nos remetam a um docente que trabalha de forma isolada e solitária, um trabalho sem diálogo, sem cooperação e colaboração entre os colegas, sem troca de experiências, ou simplesmente para desabafar sobre os problemas e dificuldades do ensino remoto/híbrido, como já estudado por Sacristán (2000). Ao contrário, muito das nossas dificuldades e descobertas eram socializadas em nosso grupo de *WhatsApp*, como por exemplo, a de como fazer um Google formulário ou, ainda, quando um dos professores descobriu uma extensão do navegador *Web Chrome*, chamado *Equation*, que auxilia na edição de equações matemáticas em diversos formatos que não são suportados pelo Google formulário. Depois de aprender a maioria das funcionalidades, fizemos tutoriais e passamos a outros professores de outras escolas da Diretoria.

As narrativas das experiências de sucesso, de fracasso, de reflexões, de caminhos e soluções que nós professores de matemática buscamos nesse período, principalmente para trazer o aluno às atividades e não deixa-lo distanciar-se da escola, mesmo que seja remotamente, condizem com as considerações de Perrenoud (2002, p. 30), ao afirmar que a "[...] prática reflexiva nos remete a dois processos mentais que devemos distinguir, principalmente se considerarmos seus vínculos". Refere-se a reflexão na ação e a reflexão sobre a ação, que tomamos em coletivo. Lembrando que o DPD é pensado como um contínuo, pois da profissão é comum mudanças, novo currículo, novas turmas, novas escolas, novas disciplinas, novos métodos de ensino, enfim, rotinas que acompanham a vida docente. Posso afirmar que nosso aprendizado, dos professores de matemática, se refere "na prática" ao que Cochran-Smith e Lytle (1999), ao diferenciarem os tipos de conhecimentos dos professores, consideram como uma investigação sobre aprender a ensinar, que pode ser entendido como a procura do conhecimento na ação.

Referências

ABILIO, L. C. **Uberização do trabalho: subsunção real da viração**. Disponível em: http://passapalavra.info/2017/02/110685. Acesso em: 10 mar. 2021.

ALVES FLORA. **Gamification, como criar experiências de aprendizagem engajadoras:** Um guia completo da teoria à prática**.** São Paulo: DVS, 2015.

ANTUNES, Ricardo. Proletariado digital, serviços e valor. In: **Riqueza e miséria do trabalho no Brasil IV:** trabalho digital, autogestão e expropriação da vida. São Paulo: Boitempo, 2019.

BASTOS, Maria da Ascensão Afonso. **O YouTube e o pensamento de ordem superior em inglês (LE):** um estudo com alunos do ensino secundário. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Minho, Braga, 2011.

BRASIL. **Portaria Nº 343, de 17 de março de 2020.** Dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais enquanto durar a situação de pandemia do Novo Coronavírus - COVID-19. D.O.U 18/03/2020. Disponível em: http://www.in.gov.br/en/web/dou/-/portaria-n-343-de-17-de-marco-de-2020-248564376. Acesso em: 03 mar. 2021.

COCHRAN-SMITH, M. & LYTLE, S. *The Teacher Research Movement: A Decade Later*. **Educational Researcher**, 28, 7, pp. 15-25, 1999.

CONFORTO, Debora; VIEIRA, M. C. Smartphone na Escola: Da Discussão Disciplinar Para a Pedagógica. **Latin American Journal of Computing**, v. II, p. 43-54, 2015.

DAUDT, Luciano. **6 Ferramentas do google sala de aula que vão incrementar sua aula.** 2020. Disponível em: https://www.qinetwork.com.br/6-ferramentas-do-google-salade-aula-que-vao-incrementar-sua-aula/. Acesso em: 11 mar. 2021.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Desenvolvimento profissional docente: um termo guarda-chuva ou um novo sentido à formação**? Formação Docente – Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professore**s, v. 5, n. 8, p. 11-23, 30 jun. 2013.

GAZZANEO, L. V. A. O homem como coeficiente de solução no direito e na sociedade. **Saber Humano – Cadernos de Ontopsicologia**, edição especial, p. 129-144, mar. 2018.

HORN, M. B.; STAKER, H. ***Blended*:** Usando a inovação disruptiva para aprimorar a educação. Porto Alegre: Penso, 2015.

JONASSEN, D. H. **Computadores, Ferramentas Cognitivas** – Desenvolver o Pensamento Crítico nas Escolas. Tradução: Gonçalves, A. R.; Fradão, S. & Soares, M. F. 2ª ed. Porto: Porto, 2007.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. São Paulo. Cortez, 1994.

MORAN, J. M. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BACICH, L.; MORAN, J. (orgs.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora.** Porto Alegre: Penso, 2018.

NGUYEN, Ha et al. *Using Google Forms to Inform Teaching Practices. Proceedings of the Interdisciplinary.* ***STEM Teaching and Learning Conference***, [s. l.], v. 2, n. 1, p. 10, 2018. Disponível em: https://digitalcommons.georgiasouthern.edu/stem_proceedings/vol2/iss1/10/. Acesso em: 9 mar. 2021.

PERRENOUD, Philippe. A prática reflexiva no ofício do professor: Profissionalização e Razão Pedagógica. Porto Alegre: Artmed, 2002.

PINHO, Ângela. Menos de metade dos alunos da rede estadual de SP acessa ensino online na quarentena. Disponível em: https://www1.folha.uol.com.br/educacao/2020/05/menos-de-metade-dos-alunos-da-rede-estadual-de-sp-acessa-ensino-online-na-quarentena.shtml?origin=uol. Acessado em: 15 mar. 2021

R7. Metade dos alunos não participou de aula à distância em SP. 2020. Disponível em: https://noticias.r7.com/sao-paulo/metade-dos-alunos-nao-participou-de-aula-a-distancia-em-sp-diz-tce-04032021. Acesso em: 01 Abr. 2021.

SABOIA, J., VARGAS, P. L. & VIVA, M. A. A. (2013). **O uso dos dispositivos móveis no processo de ensino e aprendizagem no meio virtual**. Recuperado em Julho de 2015 de http://ojs.cesuca.edu.br/index.php/cesucavirtual/article/view/424/209.

SACRISTÁN, J. G. **Educar e conviver na cultura global**. São Paulo: ASA, 2000.

SARMENTO, Nara Regina Goulart. **Afetividade e Aprendizagem**. 2010. 34 f. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) – Pedagogia/Licenciatura. Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, 2010. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/71877/000880292.pdf?sequence=1. Acesso em: 09 mar. 2021.

WANG, A. I. The wear out effect of a game-based student response system. **Computers in Education**, 82, p. 217–227. 2015 Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131514002516 Acesso em: 15 mar. 2021.

WENGER, E.; McDERMOTT, R.; SNYDER, W. **Cultivating Communities of Practice**. Boston: Harvard, 2002.

Desafios da inclusão escolar de uma criança autista sob a perspectiva de seu pai, futuro professor de Matemática

Cesar Alexandre Bassi[14]

Luana Ferrarotto[15]

Iracema Hiroko Iramina Arashiro[16]

Apresentação

A inclusão escolar tem sido amplamente debatida nos últimos anos, considerando, sobretudo, os marcos legais existentes em nosso País, como a Constituição Federal de 1988 e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1996. Merece menção, ainda, a Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva de 2008, cujo objetivo é

> assegurar a inclusão escolar de alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação, orientando os sistemas de ensino para garantir: acesso ao ensino regular, com participação, aprendizagem e continuidade nos níveis mais elevados do ensino; transversalidade da modalidade de Educação Especial desde a Educação Infantil até a Educação Superior; oferta do atendimento educacional especializado; formação

[14] Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus Bragança Paulista. E-mail: cesar.bassi@aluno.ifsp.edu.br

[15] Doutora em Educação. Docente no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus Bragança Paulista. E-mail: luanaferrarotto@ifsp.edu.br

[16] Doutora em Estatística. Docente no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus Bragança Paulista. E-mail: iracema.arashiro@ifsp.edu.br

> de professores para o atendimento educacional especializado e demais profissionais da educação para a inclusão; participação da família e da comunidade; acessibilidade arquitetônica, nos transportes, nos mobiliários, nas comunicações e informação; e articulação intersetorial na implementação das políticas públicas (s/p.)

Nessa direção, concebendo a inclusão escolar como a busca incansável por não deixar ninguém de fora da escola comum (MANTOAN, 2003), de modo a contemplar, na organização do sistema educacional, as necessidades de todos os estudantes, este artigo tem por objetivo contribuir com as discussões sobre a temática. Para tanto, as reflexões realizadas tomam como ponto de partida o relato das vivências de uma família no acompanhamento de escolarização de seu filho, P.B., diagnosticado com SAF (Síndrome Alcoólica Fetal) e autismo[17].

Serão apresentadas as questões enfrentadas no cotidiano escolar no que diz respeito a uma efetiva inclusão, considerando a legislação vigente, a partir da voz do pai de P.B., que foi estudante do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus Bragança Paulista (IFSP-BRA). Ao final de sua graduação, o então discente desenvolveu em seu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) uma reflexão acerca do processo de escolarização de seu filho, trazendo potentes análises quanto ao ensino da matemática.

P.B. foi adotado por César e sua esposa aos nove meses de vida quando já era possível notar algumas estereotipias como, por exemplo, risos fora de contexto, choro sem motivo aparente e ausência de contato visual. Dadas essas condições, a família iniciou uma caminhada em busca de profissionais, que diagnosticaram o autismo quando P.B. estava com sete anos. A família também passou a participar de grupos de apoio e entidades especializadas no assunto, como a Amadas Associação de Mães e Pais de Autistas de Bragança Paulista. Nos encontros desses grupos, César e sua esposa sempre se depararam com relatos de outros responsáveis, no que diz respeito à educação escolar. Tais relatos eram marcados pela dificuldade relacionada à alfabetização das crianças e situações de conflito no ambiente escolar.

Vale destacar que uma das principais características do autismo é a dificuldade de socialização. Essa dificuldade angustia os responsáveis, pois pode repercutir no processo de adaptação naquele ambiente. Angústias essas que deixam as famílias apreensivas a cada toque do telefone. A escola de P.B., por exemplo, chegou a telefonar algumas vezes para a família,

[17] P.B. foi diagnosticado com SAF aos 4 anos de idade e com autismo aos 7 anos.

dizendo: "Viu, vocês não podem vir buscar o P.B.? Ele está muito agitado" (BASSI, 2020, p. 13). Nessas ocasiões, a família percebia a dificuldade da escola em entender P.B. e acolhê-lo. Percebia, também, que a dificuldade acabava sendo "solucionada" pela via da exclusão. A situação estava resolvida para a escola, que, durante aquele dia, não teria mais que lidar com a "agitação" de P.B., mas e ele? E seu processo formativo?

Nessa jornada acompanhando a escolarização e buscando alternativas para os obstáculos identificados, a família de P.B. começou a notar que a legislação[18] é necessária, mas não suficiente para que as escolas públicas de nosso País sejam inclusivas. As escolas não estavam negando a matrícula de P.B., mas ele estava realmente incluído nas diversas atividades pedagógicas desenvolvidas pela instituição?

Além de compartilhar as vivências da família de P.B. durante seu processo de escolarização, este artigo tem por intuito proporcionar reflexões quanto ao ensino da matemática em escolas comuns. Como dito no início desta seção, o pai de P.B. foi estudante do curso de Licenciatura em Matemática no IFSP-BRA. Durante sua graduação, César sempre buscou respostas para as suas indagações quanto à escolarização de seu filho.

Muito mais que um diploma de licenciatura, ele almejava construir caminhos que potencializassem a educação de seu filho, mas, também, de tantas outras crianças. Em seu TCC, César afirma que "ninguém quer ser somente suportado, aturado ou aceito, todos nós queremos ser acolhidos e ter garantida uma educação de qualidade" (BASSI, 2020, p. 13). Que este artigo contribua com esse desejo de César ao fomentar a discussão sobre o autismo e a inclusão nas escolas públicas comuns de nosso País.

Considerações iniciais sobre a inclusão da criança autista na escola comum

A Cartilha Autismo e Educação do Instituto PENSI (2013) traz orientações que buscam auxiliar a identificar traços de suspeita de autismo. Suspeita, pois o universo do autismo é complexo, e muitas vezes esses traços são comuns em inúmeras síndromes e transtornos, como o Transtorno Opositor Desafiador (TOD), Transtorno de Déficit de Atenção (TDA) entre outros. Daí a importância do diagnóstico e do acompanhamento serem realizados por uma equipe multidisciplinar de profissionais, como médicos, psicólogos, terapeutas ocupacionais e fisioterapeutas.

[18] Decreto nº 7611/2011 Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado; Lei 12.764/2012 que institui a Política Nacional de Proteção da Pessoa com Transtorno do Espectro Autista e outros.

Esse material, assim como outros, pode ser utilizado pelos professores como material de estudo sobre o autismo. Como destacam Bosa e Camargo (2009), ao citar Jordan (2005), a falta de conhecimento a respeito dos transtornos autísticos dificulta a identificação das necessidades desses alunos.

Nessa direção, a cartilha anteriormente mencionada ressalta que, o professor, em sua vivência profissional, tem um grande contato com os alunos o que possibilita observar comportamentos sociais e aprendizagens. São elencados inúmeros sinais que podem ser considerados, como, por exemplo, falta de contato visual, atraso na aquisição da fala, não responder quando chamado, agitação e entusiasmo, movimentos de dedos e mãos, ecolalia[19] e isolamento social.

Ao observar algumas dessas características, o docente acaba, não raramente, sendo a primeira pessoa fora do núcleo familiar a levantar alguns questionamentos sobre o comportamento da criança, solicitando, em certos casos, encaminhamento para os profissionais da saúde e de outras áreas.

No entanto, a própria forma da escola, sua avaliação, estrutura pedagógica e práticas de (não) acolhimento, nem sempre são analisadas quando o comportamento da criança na escola é posto em discussão. E se a busca é por uma escola inclusiva, tanto para as crianças autistas como para as demais, não há como não colocar a instituição escolar em debate. Assim, pensar a escola que temos e a escola que queremos deve ser uma tarefa assumida por toda a comunidade escolar, em um processo coletivo e colaborativo.

Como afirma Mantoan (2001), inexiste um modelo pré-definido que possa ser amplamente adotado. É na articulação das diversas concepções e vozes que é possível eliminar barreiras ao acesso à educação. Desse modo, embora os diagnósticos sejam importantes para ajudar a entender uma criança e suas necessidades, eles não definem os caminhos da inclusão.

É preciso que a escola valorize as diferenças e não exclua "nenhum aluno de suas classes, de seus programas, de suas aulas, das atividades e do convívio escolar mais amplo" (MANTOAN, 2003, p. 35). Por essa via, abre-se a possibilidade de aprendizagem a todos ao frequentar "uma mesma e única turma" (MANTOAN, 2003, p. 35).

O processo de escolarização de P.B. contado pela perspectiva de seu pai

Nesta seção serão apresentadas algumas situações de inclusão ou falta dela, nos diferentes períodos do processo de escolarização de P.B.,

[19] Ecolalia é a repetição da fala em eco.

relatadas a partir do olhar de seu pai, César. A família de P.B. teve inúmeras experiências com diferentes escolas e suas formas de conceber e (não) praticar a inclusão escolar.

A vida escolar de P.B. começou quando ele foi matriculado aos 2 anos de idade em uma escola de Educação Infantil na rede municipal de seu município. César e sua esposa entendiam que a interação de P.B. com outras crianças seria de grande importância para seu desenvolvimento. Nessa idade, P.B. ainda não tinha o diagnóstico de autismo, mas era percebido algo de diferente nele, como risos fora de contexto e movimentos repetitivos com determinados objetos, como o carrinho de brinquedo.

Durante a Educação Infantil, P.B. frequentou duas escolas municipais. Na primeira, ficou por três anos, do Infantil II ao Infantil IV. Nessa escola, P.B. e sua família passaram por momentos delicados, em que o sentimento de angústia prevaleceu. Quando P.B. estava no Infantil II, César e sua esposa perceberam que, como estratégia, a professora oferecia a P.B. um carrinho de brinquedo para tentar amenizar sua agitação. Em uma ocasião, quando a mãe foi buscá-lo, ele estava amarrado em um carrinho de bebê e, quando questionada, a professora afirmou que não conseguia dar aula devido a inquietação de P.B.

Já no seu segundo ano na educação infantil (Infantil III), na mesma escola, a professora de P.B. se mostrou preocupada em incluir P.B. nas atividades em grupo. Também estava sempre disposta e interessada em dialogar com a família, buscando informações que pudessem contribuir com a sua prática pedagógica. Percebendo as dificuldades de P.B. quanto à socialização, fez seu encaminhamento para um núcleo de apoio à aprendizagem[20] da rede municipal que o direcionou para algumas terapias como a equoterapia, psicólogos e natação. César e sua esposa se sentiam acolhidos pela professora e sentiam que P.B. também era.

No entanto, no Infantil IV, as situações vivenciadas por P.B. na escola fizeram emergir em seus pais, novamente, o sentimento de angústia. A professora responsável pela sala estava aguardando sua aposentadoria. Durante todo o ano letivo, a família de P.B. recebeu muitas reclamações, tanto por parte da docente como da gestão da escola. Em certa ocasião, os funcionários do posto de saúde, localizado ao lado da escola, ligaram para mãe de P.B. relatando que presenciaram a professora dando "safanões" na criança.

[20] Esse núcleo está previsto em uma lei municipal que estabelece a sua existência a fim de apoiar o trabalho dos docentes da Educação Básica com os alunos público-alvo da Educação Especial, a partir de um trabalho integrado com profissional da saúde, assistência social, pedagogia e psicologia.

Indignada, a mãe foi até lá para questionar o ocorrido. Infelizmente o sentimento de corporativismo falou mais alto e a direção não tomou as devidas providências. César e sua esposa decidiram denunciar o fato, todavia os funcionários do posto de saúde, com receio de represálias e futuras perseguições, não aceitaram testemunhar o que tinham presenciado. Houve, ainda, um pedido da Secretaria Municipal de Educação para não expor o caso. Assim, a família de P.B. resolveu se calar. Como ressalta César, "a boca se cala, mas o coração grita de dor ao ver que os interesses pessoais e políticos se sobrepõem à situação de uma criança com necessidades específicas" (BASSI, 2020, p.34).

O caminho encontrado foi a busca por outra instituição. A princípio, a mãe de P.B. peregrinou por quase todas as escolas particulares da cidade, mas somente duas aceitaram a matrícula. As escolas que recusaram a matrícula de P.B., após um processo de entrevista com a criança, diziam não ter estrutura nem profissionais para o atenderem. Foi quando a rede municipal entrou em contato com a família para indicar uma escola e a família de P.B. efetivou a matrícula nessa instituição.

Inicialmente, nada despertou a atenção e a preocupação de César e sua esposa. Todavia, por meio de um relato de uma funcionária da escola, ficaram sabendo que P.B. era retirado da sala e levado para o pátio, onde ficava andando de velotrol. Após reivindicação da família, P.B., embora ainda sem o diagnóstico de autismo, passou a ser acompanhado por uma professora de apoio. A família de P.B. obteve êxito em tal reivindicação ao se apoiar no diagnóstico de SAF (Síndrome Alcoólica Fetal), obtido quando P.B. tinha quatro anos, conforme explicado anteriormente. César e sua esposa perceberam que P.B. começou a participar mais das atividades em sala, proporcionando ganhos para sua socialização e aprendizagem.

No entanto, no ano seguinte, P.B. precisou ser transferido, uma vez que iria iniciar o Ensino Fundamental. Uma nova professora de apoio foi designada e, mais uma vez, César e sua esposa receberam relatos quanto à retirada de P.B. da sala de aula como forma de amenizar sua agitação. A mãe de P.B., ao passar pela escola, chegou a presenciar o filho fora da sala. Em uma reunião com a gestão da escola e as professoras de P.B., a direção da escola afirmou que caso ela voltasse a rondar a instituição, a polícia seria acionada.

Na tentativa de encontrar uma escola que acolhesse a P.B. e promovesse a sua inclusão, César e sua esposa optaram por transferi-lo de escola. Do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental, P.B. estudou em uma mesma escola do município. Nessa época, já com o diagnóstico de autismo, a família percebeu que a escola procurava favorecer a socialização de P.B. Com muito diálogo e parceria, foi possível encontrar caminhos para algumas

dificuldades, pois elas não deixaram de existir. Conforme relata César, "até dançar quadrilha ele dançou, participou da fanfarra, o que era impensável nas escolas anteriores" (BASSI, 2020, p. 36).

Ao finalizar os anos iniciais do Ensino Fundamental, P.B. afirmava que não queria mudar de escola, mas como os anos finais, no município em questão, compete à rede estadual, foi preciso realizar mais uma mudança. Em uma escola maior, da rede estadual, P.B. começou uma nova fase de seu processo de escolarização. Novos professores, novos colegas, muitas novidades que deixaram sua família apreensiva.

Antecipando possíveis dificuldades no que diz respeito à professora de apoio, em 2017, quando P.B. ingressou no 6° ano, sua família entrou com um processo contra o estado para garantir esse direito ao filho. O estado recorreu, mas em 23 de fevereiro de 2018, o juiz deu a sentença a favor da família, sem possibilidade de recurso por parte da Secretaria Estadual de Educação. A sentença deveria ser executada no início das aulas, com a penalização de multa diária de 500 reais em caso de não cumprimento.

Ganhar a causa, no entanto, não significou a presença imediata da professora de apoio. Apenas após quinze dias isso aconteceu. Vale dizer, também, que houve desistências, e somente em 2018, P.B. passou a ter esse acompanhamento constante. A atual professora de apoio está com ele há três anos. A princípio houve momentos de crises, mas em um trabalho conjunto entre professores, direção e família, foi possível encontrar alternativas. Uma delas foi a criação de uma rotina de atividades como era feita nos anos iniciais. Nessa etapa as professoras da sala e de apoio, procuravam integrar P.B. delegando a ele e demais alunos, atividades como apagar a lousa e recolher cadernos, na forma de rodízio ou escala. Isso contribuía para sua autoestima, e ele se sentia útil.

Nos anos finais na escola estadual isso, geralmente, não ocorria, mas em conversa com a professora e a gestão foi sugerido que dentro das condições da escola se colocassem algumas atividades nesse sentido. A rotina para os autistas é um fator relevante em seu comportamento (INSTITUTO PENSI, 2013, p. 18). No caso de P.B., as mudanças repentinas, como troca de professores, mudanças de horário de aulas, intervalo, entre outras, trazem algumas reações de crise. Então, começaram a informá-lo, tanto em casa como na escola, sobre qualquer mudança de rotina antecipadamente. Com o tempo e as situações de mudança sendo trabalhadas, P.B. passou a lidar bem com essas situações.

Para César, a professora de apoio foi de extrema importância no processo de escolarização de P.B. Segundo ele, "uma professora de apoio que seja comprometida com a Educação Inclusiva faz toda diferença que se

traduz no desenvolvimento de seu aprendizado" (BASSI, 2020, p. 37). Ainda é necessário ressaltar a busca ativa da família por seus direitos, bem como o envolvimento com a escola em um processo coletivo de construção de práticas.

Como é possível observar, as experiências exitosas no processo de escolarização ocorreram quando os profissionais da escola se empenharam em desenvolver um trabalho que realmente potencializasse o processo formativo de P.B. Nesses casos, apesar de a família de P.B. perceber que havia algumas dificuldades, esses professores e gestores estavam em constante busca por informações e dialogando com César e sua esposa. O acolhimento fez a diferença, como destaca César: "Ser acolhido, necessidade de todo ser humano, é o que nos dá prazer, vontade e satisfação em fazer parte de um grupo, no caso das crianças um detalhe que faz toda a diferença na evolução intelectual, social e afetiva" (BASSI, 2020, p. 33).

Nesse sentido, corrobora-se a afirmação de Mantoan (2001) quanto à colaboração recíproca enquanto marca das escolas inclusivas. Segundo a autora, nas escolas inclusivas, há um processo de apoio mútuo e as diferentes necessidades específicas são atendidas, tanto por colegas de turma, como pelos profissionais da escola.

Pai, estagiário e futuro professor de matemática: o momento do encontro

Como dito anteriormente, César, o pai de P.B., foi estudante do curso de Licenciatura do IFSP-BRA. Em 2019, César teve a oportunidade de realizar o estágio supervisionado na mesma escola onde seu filho estudava e pôde acompanhar sua participação nas aulas de matemática.

César notou que P.B. procurava participar respondendo aos questionamentos do professor a respeito do assunto abordado, enquanto a maioria dos alunos apresentava alguma dificuldade em resolver as tarefas. Com autorização do professor, César circulava entre as carteiras para auxiliar os estudantes em suas dúvidas, assim como também auxiliava P.B.

Em certas ocasiões, quando a sala estava mais agitada, P.B. ficava mais agitado, rindo e se levantando da carteira, mas logo a professora de apoio intervia e as atividades eram retomadas. De maneira geral, ele conseguia acompanhar as explicações e compreender o conteúdo.

Conforme descreve César, P.B. tem certa facilidade no que diz respeito ao conteúdo de Matemática. A professora de apoio, por sua vez, afirma ter dificuldade no assunto. Segundo relatos da docente, P.B. chegou a ensiná-la em alguns momentos (BASSI, 2020). Considerando as

observações oportunizadas pelo estágio, César, em casa, acabava retomando alguns conteúdos. Tal auxílio estendia-se a outros componentes curriculares, como geografia e história. Nesses momentos, César abordava os conteúdos de modo articulado aos temas de interesse de P.B., como relógios e bonecos de Olinda.

Em frações, por exemplo, elaborava uma atividade com a seguinte apresentação: "P.B., 1/4 de hora no relógio a quantos minutos equivalem?" (BASSI, 2020, p. 39). Para auxiliar P.B., César utilizava materiais concretos, e utilizava linguagem literal que observou ser mais fácil de ser compreendida por seu filho. O trecho a seguir demonstra a proposta de trabalho de César com P.B.

> O 1 barra 4 em linguagem matemática quer dizer que pegamos o todo ou o total e o dividimos por 4. Vamos olhar para o seu relógio, quantos minutos tem no total do relógio? Ele respondia: 60 minutos. Eu perguntava: E 60 é o total ou o todo do relógio? Como eu expliquei para você, 1/4 é o todo dividido por 4. Então, P.B., quanto é 60 dividido por 4? Ele mentalmente respondia: é 15. Eu, então, finalizo explicando que ¼ de 60 é 15, e assim repetia o processo para 1/2, 1⁄3 e assim por diante (BASSI, 2020, p.39).

Outra estratégia era a utilização de assuntos do cotidiano. Como P.B. sabe muito bem fazer o troco das compras, César aproveitava para ensinar conceitos básicos de números negativos, fazer operações como adição e também conceitos básicos de porcentagem. As situações-problema eram semelhantes à que se segue.

> Você foi ao mercado com 5 reais e gastou 8 reais. Como você é conhecido no mercado, o dono vendeu fiado para você. Você levou 8 e gastou 5 ficou devendo quanto? Fiquei devendo 3. P.B. estes 3 reais são seus ou do mercado? Do mercado. Então você deve 3, quando a gente deve é negativo ou positivo? Negativo. Este negativo na língua da matemática usamos o sinal de menos, que é o "–", na frente do número. Logo, – 3, é como dizer devo 3. E o positivo, que é o dinheiro que você dispõe, coloca o sinal positivo que é o +. Logo, +5. No mercado você deve 8 e paga 5, no final deve 3. Na língua matemática – 8 +5= – 3. Você foi novamente ao mercado com 5 reais, você deve 3 e paga 5 fica com quanto de troco? Fico com 2. Como é na língua da matemática? É – 3+5=2 (BASSI, 2020, p. 39).

Na questão de porcentagem, para facilitar a visualização da questão, César o iniciava dizendo que porcentagem pode ser um desconto, um acréscimo ou uma parte do todo. Explicava que 100% correspondem a quantidade total de alguma coisa. "P.B., no carnaval de Olinda foram

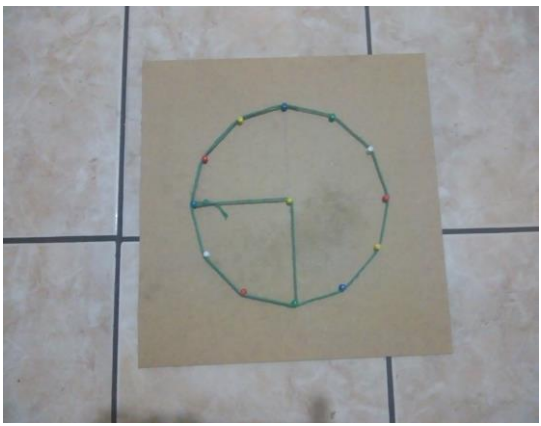
confeccionados 100 bonecões. No dia do desfile 100% dos bonecos compareceram ao desfile. P.B., quantos bonecos desfilam? P.B. responde 100" (BASSI, 2020, p. 39).

César ressalta que essas estratégias foram exitosas no trabalho desenvolvido com P.B., o que não significa que também serão em outras situações, envolvendo outras pessoas. No entanto, não deixa de salientar a importância de se considerar os interesses e as características da criança. Essa reflexão proporciona aprendizagem não apenas a P.B., mas também a seu pai, futuro professor de matemática. Enquanto pai, estagiário e futuro professor, César notou que propostas inclusivas

> [...] devem oferecer a todos os alunos meios que favoreçam a superação de suas limitações, tornando-os participantes ativos de um sistema educacional equitativo. Ao considerarmos temas relacionados à inclusão, não é o bastante ter todos os alunos compartilhando o mesmo ambiente escolar. É preciso criar mecanismos que nos permitam modificar as estruturas educacionais (currículos e avaliações, por exemplo) e alguns ambientes escolares que temos hoje, ambos baseados na classificação, na segregação e na exclusão. (FERNANDES; FLEIRA, 2019, p.15)

Como estagiário, César deveria realizar a regência de uma aula. Após um período de acompanhamento da turma e considerando o conteúdo já trabalhado em sala pelo docente, César optou por utilizar o material manipulativo denominado geoplano circular (Figura 1) confeccionado por ele. O assunto abordado foi ângulos e suas classificações (agudo, obtuso, reto, ângulos complementares, suplementares) e construções geométricas.

Figura 1: Exemplo do geoplano usado na regência.



Fonte: dos autores

P.B. acompanhou a etapa de construção do geoplano em casa e no instante que o protótipo ficou pronto, já associou o material a um relógio, um dos seus grandes temas de interesse (hiperfoco, característico dos autistas). Como o material representava um círculo constituído de doze pinos de marcação, ele relacionou os pinos com os números de um relógio e começou a representar as horas, usando barbante e pinos.

Passado esse momento de exploração do material, César começou a estimulá-lo a estabelecer relações entre pinos, circunferências e os graus. "Quantas divisões têm no geoplano? Você sabe quantos graus tem uma circunferência? Quantos graus tem de um pino até o outro?" (BASSI, 2020, p. 41). Em seguida, César pediu a P.B. que representasse ângulos, como 60º, 30º, e ele os representou muito bem. Em outra etapa foi o inverso, o pai montava os ângulos e P.B. respondia seus valores. Outra atividade desenvolvida usando o geoplano foi a construção de figuras geométricas, iniciando pelo triângulo equilátero. Tantas outras figuras geométricas foram construídas, como quadrado, retângulo e hexágonos.

No dia da regência de César, P.B. formou dupla com uma colega de turma que também é autista. Inicialmente, conforme o relato do pai, P.B. ficou agitado. Ele dizia "meu pai sabe tudo de Matemática" (BASSI, 2020, p. 41). P.B. acompanhou a atividade e desenvolveu o que foi proposto, participando com toda a turma. Em certo momento em que o pai escrevia uma informação na lousa e cometeu um erro de ortografia, de imediato se levantou da carteira e foi corrigir, dizendo "Não é assim que se escreve, tá errado', apagou o erro e escreveu de forma correta" (BASSI, 2020, p. 41).

Nesse encontro, em que pôde vivenciar seus três papéis - pai, estagiário e futuro professor - César notou que, em cenários inclusivos, especialmente considerando o ensino-aprendizagem de matemática, todos os envolvidos saem ganhando. Assim como Fernandes e Fleira (2019), César percebeu que ao estar no grupo e dele fazer parte, P.B. ficava mais seguro de si, feliz e entusiasmado. É por essa trilha que a inclusão pode se efetivar. Na relação e na troca entre os pares, os estudantes podem avançar na construção de suas ideias, sentimentos e valores (MANTOAN, 2001).

Reflexões finais

As vivências do processo de escolarização de P.B., apresentadas a partir da perspectiva de seu pai, César, proporcionam reflexões tanto para outras famílias com filhos autistas, como para professores e demais membros da equipe escolar.

Como pode ser notado, a família de P.B. se deparou com muitos obstáculos que acabaram, em algumas circunstâncias, por impossibilitar sua

inclusão efetiva no ambiente escolar. No entanto, também foi possível perceber que existem escolas e profissionais que, na contramão, estão dispostos a estudar e buscar meios para que todos os estudantes se sintam respeitados e reconhecidos em suas diferenças (MANTOAN, 2001).

O que foi descrito também favorece a reflexão quanto à necessidade de se pautar a discussão sobre a Educação Inclusiva. Os princípios da inclusão, pensando na construção de uma escola para todos, precisam ter espaço garantido nos cursos de formação inicial e continuada dos professores. Também é necessário que cada vez mais educadores e familiares se articulem e unam forças para que nossas escolas tenham condições de trabalho e possam desenvolver ações colaborativas que venham a superar as dificuldades encontradas.

Ainda é importante que as conquistas obtidas ao longo de muita luta de grupos comprometidos com a inclusão na escola comum não sejam perdidas[21]. Como já dito, somente a legislação não é suficiente para que a inclusão de fato ocorra, mas, sem ela, fica ainda mais difícil garantir o direito à educação a todos, sem distinção. Que as conquistas obtidas tragam inspirações e sejam fonte para a busca de novos direitos e práticas, de modo que as escolas públicas comuns de nosso País possam acolher e potencializar o processo formativo de crianças, jovens e adultos.

Referências

BASSI Cesar Alexandre. **Autismo e vivência escolar, desafios e barreiras a serem superados no ambiente escolar, sob a perspectiva de um pai**. Monografia (Licenciatura em Matemática) São Paulo: IFSP-BRA. 2020.

BOSA, C.A.; CAMARGO, S. P. H. Competência Social, Inclusão Escolar e Autismo: Revisão Crítica da Literatura. **Psicologia & Sociedade**, v. 21, p. 65-74, 2009. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-71822009000100008. Acesso em: 03 ago. 2020.

FLEIRA, Roberta Caetano; FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali. **Ensinando Seus Pares: a inclusão de um aluno autista nas aulas de Matemática**. Bolema v. 33 nº. 64 Rio Claro May/Aug. 2019 Epub Aug 01,

[21] Vale lembrar que o governo federal tentou realizar uma mudança na Política de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva de 2008, através do Decreto 10.502 de 30 de setembro de 2020. Muitos pesquisadores da área denunciaram o retrocesso que tal decreto poderia ocasionar, possibilitando práticas segregacionistas. Em dezembro desse ano, o Supremo Tribunal Federal suspendeu o decreto.

2019. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a18. Acesso em: 15 set. 2020.

INSTITUTO PENSI. **Cartilha: Autismo e Educação. Autismo e Realidade**, São Paulo. 2013. Disponível em: https://autismoerealidade.org.br/convivendo-com-o-tea/cartilhas/?gclid=Cj0KCQjwoJX8BRCZARIsAEWBFMIbDY4FNEkg03sjkx_lL5-TBsrKfh4 NfGgFy028lV3SLLvfY3I1rggaAuTKEALw_wcB. Acesso em: 15 set. 2020.

MANTOAN, Maria Teresa Eglér Mantoan. **Por uma escola de qualidade**. Disponível em: http://www.lite.fe.unicamp.br/cursos/nt/ta1.13.htm. Acesso em: 30 mar. 2021.

MANTOAN, Maria Tereza Eglér. **Inclusão Escolar:** O que é? Por quê? Como fazer? São Paulo: Moderna, 2003.

O violão: uma abordagem da física básica

Rubens Pantano Filho[22]

Considerações iniciais

Contextualizar o ensino de Física pode ser um procedimento eficaz para que temas discutidos em sala de aula tornem-se mais significativos para os estudantes. Em geral, esse tipo de prática – a contextualização - aproxima o cotidiano do aluno com o que ele estuda na disciplina, facilitando sobremaneira a compreensão e apreensão dos temas objetos de análise e reflexão. As aulas tornam-se mais dinâmicas, despertando interesse nos educandos, uma vez que eles podem apresentar suas próprias contribuições, a partir dos conhecimentos prévios das suas práticas cotidianas (CARDOZO, 2016). Socializando-as entre si e com o professor, amplia-se o espectro das discussões e o aprendizado torna-se mais rico e significativo. O uso da música, por exemplo, pode ser uma ferramenta interessante para o ensino de Física, em particular a Acústica, pois torna o aprendizado dessa ciência mais compreensível e prazeroso, contribuindo assim para o desenvolvimento das competências e habilidades desejáveis.

Apesar de essas duas áreas do conhecimento parecerem um tanto distantes, na verdade elas estão bem próximas uma da outra (SANTOS, 2019). Geralmente, um bom músico possui os conhecimentos básicos de física e de matemática, temas esses que melhoram a compreensão dos seus estudos específicos e da atividade que pratica. Da mesma forma, um cientista que também transita pelas artes tem seu olhar ampliado, uma melhor compreensão de mundo e uma visão mais uma humana da ciência que pratica. Até o século XVIII, por exemplo, a música era uma disciplina que fazia parte da estrutura curricular das universidades, conjuntamente com a geometria, a astronomia e a aritmética; formavam o que se denominava *Quadrivium*, etimologicamente o cruzamento de quatro ramos ou caminhos.

Nesse contexto, o presente capítulo oferece uma possibilidade para discussão de alguns conceitos e fenômenos acústicos, tomando como referência o violão, instrumento muito popular na sociedade brasileira atual e amplamente utilizado pelos jovens estudantes (MOURA; BERNARDES NETO, 2011; LIMA; DAMÁSIO, 2019). Além disso, levou-se em conta o

[22] Doutor em Engenharia e Ciência dos Materiais e graduado em Física. Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP – campus Bragança Paulista. E-mail: rubenspantano@ifsp.edu.br

que a prática docente tem mostrado: em geral, em turmas de Ensino Médio, boa parte dos alunos tem noções musicais (KRUMMENAUER; PASQUALETTO; COSTA, 2009).

Um pouco sobre a história do violão

Segundo Naveda (2002), no período renascentista, formas musicais vocais começaram a ser adaptadas para instrumentos solo e grupos instrumentais. Tornaram-se assim muito populares, impulsionando o desenvolvimento de instrumentos de todos os tipos. Dentre a família dos instrumentos de corda, o mais popular deles foi o alaúde, cujos ancestrais datam de 2.000 a.C. Mais tarde, já no século VIII, os árabes o introduziram na Europa e, depois disso, após um longo período de evolução, o instrumento chegou ao século XVI na forma como hoje é conhecido. E é desses denominados alaúdes que deriva a guitarra clássica ou o violão moderno.

Na Figura 1 pode-se observar a presença do alaúde em uma pintura de Michelangelo Merisi da Caravaggio, possivelmente de 1595, um dos mais notáveis pintores italianos, cujo trabalho exerceu grande influência no Barroco, estilo do qual foi o primeiro grande representante.

Figura 1 – Os Músicos, de Caravaggio.

Fonte: Os Músicos. **Michelangelo Merisi da Caravaggio**, 1595. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:The_musicians_by_Caravaggio.jpg. Acessado em: 02 abr. 2021.

A guitarra clássica – no Brasil consagrou-se denomina-la violão - é um instrumento bastante popular, fazendo parte de uma família particular de instrumentos de cordas, tal como o violino, a viola, o violoncelo, o bandolim, o banjo, o charango, a balalaica, entre outros. Há vários outros instrumentos de cordas, mas que apresentam geometrias bem distintas em relação aos primeiros: o piano, a harpa, o cravo e o berimbau são exemplos.

Como assinalado anteriormente, em suas origens, possivelmente na antiguidade, o violão apresentava formato e outros elementos bem diferentes do atual (GRILLO e BRANDÃO, 2016). O violão moderno, em sua configuração mais comum, é constituído de um conjunto de cordas ajustadas a um corpo de madeira, que contempla uma caixa oca ressonante, em formato de oito, a qual tem acoplada um braço também de madeira. Credita-se ao espanhol Antônio Torres Jurado (1817-1892) a construção dos primeiros deles (SOARES, 2014). Há vários modelos desse instrumento, em geral característicos da cultura de cada país ou da comunidade onde é utilizado (SANTOS, 2019). São mais comuns os violões de seis cordas, como o mostrado na Figura 2, que também registra alguns dos elementos característicos do instrumento.

Figura 2 – Os vários elementos de um violão.

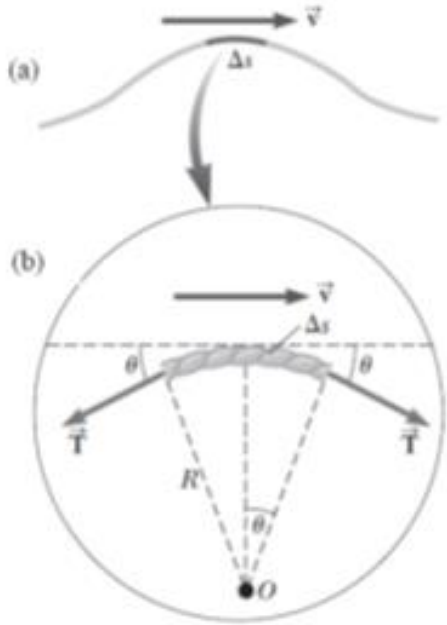
Fonte: Anatomia do Violão. 2012. Disponível em: https://blog.cancaonova.com/musicadedeus/anatomia-do-violao/. Acesso em: 02 abr. 2021.

No violão, os sons são produzidos pelos movimentos das cordas, que vibram quando dedilhadas pelo músico que toca o instrumento. Essas cordas estão fixas pelas duas extremidades, sendo uma delas presa em uma cravelha, colocada na cabeça do braço do violão, e a outra no cavalete, que está fixado no corpo do violão, ou seja, a caixa de ressonância. As cravelhas são uma espécie de parafusos, utilizados para a afinação dos sons emitidos pelo instrumento a partir do ajuste do tensionamento das cordas, cuja intensidade determina a emissão de sons mais graves ou mais agudos, dependendo da menor ou maior tensão aplicada.

A velocidade de propagação de um pulso em uma corda

Quando uma corda é colocada em vibração, a velocidade de propagação das ondas transversais ao longo da mesma tem relação com a natureza e as características geométricas da corda, bem como com a tensão aplicada em suas extremidades. Para compreender essa relação, considera-se um pequeno segmento de uma corda vibrante, afetado instantaneamente, no momento da análise, por um pulso que se propaga na corda, conforme ilustra a Figura 3.

Figura 3 – Um pulso em uma corda tensa.



Fonte: Serway (2016) - modificado.

Na Figura 3, na qual nota-se a parte superior do pulso que se propaga na corda tensa, está destacado um segmento muito pequeno, infinitesimal na linguagem matemática, de comprimento ΔS e massa Δm. Se a corda for homogênea, o quociente Δm/ΔS será uma constante denominada densidade linear μ da corda.

Para que o pulso produzido pelo dedilhar do músico se propague ao longo da corda, faz-se necessário que a corda esteja esticada por forças tensoras aplicadas às duas extremidades, forças essas que vão se reproduzir em cada segmento da mesma, como o ilustrado na Figura 3(b).

Considera-se simétrico o pulso da Figura 3(b), que se move da esquerda para a direita, com velocidade constante v. Considera-se também que o segmento da corda, de comprimento ΔS, formará um pequeno arco, aproximadamente circular, de raio R, conforme ilustrado na mesma figura.

Assim, enquanto o pulso se desloca ao longo da corda, com velocidade de módulo constante, esse pequeno segmento estará executando, aproximadamente, um movimento circular uniforme, ou seja, o elemento apresentará apenas a componente centrípeta da aceleração.

Considerando então a velocidade do pulso uniforme ao longo da corda, conclui-se que as componentes horizontais das duas forças – aplicadas nos dois extremos do pequeno segmento - se anulam, caso contrário o pulso teria uma aceleração tangencial e então a velocidade do mesmo seria variável.

As componentes verticais, no entanto, se somam, resultando assim uma força restauradora radial, ou seja, centrípeta, que então "puxa" o segmento para o centro da circunferência. Dessa maneira, considerando a aproximação para pequenos ângulos, tem-se (SERWAY, 2016):

$$F_c = 2T.sen\theta \approx T.(2\theta)$$

Além disso, pode-se observar na figura que:

$$\Delta S = R.(2\theta)$$

A partir da 2ª Lei de Newton, pode-se escrever:

$$F_c = \Delta m.a_c = \Delta m.\frac{v^2}{R}$$

$$T.(2\theta) = \mu \Delta S.\frac{v^2}{R} = \mu R(2\theta).\frac{v^2}{R}$$

$$T = \mu v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

A expressão, conhecida como Fórmula de Taylor, evidencia que a velocidade de propagação do pulso é diretamente proporcional à raiz quadrada da intensidade da força tensora. Assim, quanto mais esticada estiver a corda, mais rapidamente a onda se propagará.

Da mesma forma, a expressão também mostra que a velocidade de propagação do pulso é inversamente proporcional à raiz quadrada da densidade linear da corda. Então, a velocidade será maior nas cordas de densidade linear menor, ou seja, as mais "leves", em geral as mais finas. E será menor nas cordas mais densas, em geral as mais grossas.

Encordoamento do violão

Nos violões utilizam-se geralmente cordas de nylon ou nylon em espiral com um fio metálico, pois a construção desse tipo de instrumento não suporta as tensões maiores proporcionadas pelas cordas elaboradas exclusivamente com aço. A Figura 4 mostra as seis cordas do violão e a fixação das mesmas nas cravelhas e no cavalete.

Figura 4 – Detalhes das cordas do violão.

Fonte: Martin Moller, Vonvon. **Guitarra clássica**, 2006 Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Guitarra_classica. Acessado em: 02 abr. 2021.

As cordas mais finas, denominadas primas ou agudas, em geral as três primeiras, são elaboradas com um polímero de fio único

(monofilamento), de nylon ou de compostos de carbono e titânio. Essas, como dito, emitirão os sons mais agudos.

As cordas mais grossas, denominadas bordões ou baixos, são as que emitirão sons mais graves. Elas apresentam um núcleo de multifilamentos de fios de nylon, enrolados em espiral por um fio de seda ou metálico, em geral cobre (puro ou suas ligas), cobre banhado a prata, ou mesmo de prata pura, tratado com revestimento antioxidante. Essa construção permite maior resistência à tração, maior estabilidade de afinação e maior flexibilidade do que seria possível caso se usassem fios de cobre nas cordas mais grossas.

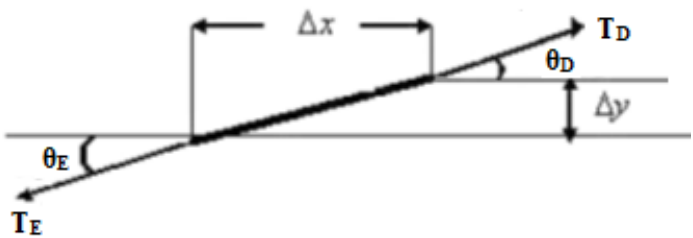
Modos de vibração com elementos do Cálculo Diferencial e Integral

Para estudantes que já têm domínio do Cálculo Diferencial e Integral pode-se apresentar a abordagem a seguir para compreender os modos de vibração. Obviamente, esse item não deve ser considerado para estudantes do Ensino Médio.

Para a dedução da equação diferencial conhecida como Equação da Onda, pode-se aplicar a 2ª Lei de Newton ao movimento da corda tensionada.

Na Figura 5 tem-se representado um pequeno segmento da corda tensionado pelas extremidades. Admite-se que o segmento apresenta pequenos deslocamentos verticais (THOALDO, 2011).

Figura 5 – Segmento de uma corda tencionada.



Fonte: Thoaldo (2011).

Aplicando-se a 2º Lei de Newton para o segmento, tem-se:

$$\vec{T}_E + \vec{T}_D = \Delta m.\vec{a}$$

Considerando os dois ângulos θ muito pequenos, pode-se escrever:

$$cos\theta_D \approx cos\theta_E \approx 1$$

$$sen\theta_D \approx tg\theta_D \approx \theta_D \text{ e } sen\theta_E \approx tg\theta_E \approx \theta_E$$

Dessa maneira, as componentes das trações na direção do eixo x ficarão assim:

$$T_{Dx} = T.cos\theta_D \approx T$$
$$T_{Ex} = T.cos\theta_E \approx T$$

Assim, a resultante parcial calculada na direção desse eixo será:

$$T_{Dx} - T_{Ex} = T - T = 0 \Rightarrow a_x = 0$$

Se a componente da aceleração no eixo x é nula, o movimento do pulso na direção longitudinal da corda terá velocidade constante, ou seja, o movimento do pulso será uniforme.

Por outro lado, na direção do eixo y, novamente aplicando a 2º Lei de Newton, tem-se o seguinte:

$$T_{Dy} - T_{Ey} = \Delta m.a_y$$
$$T.sen\theta_D - T.sen\theta_E = \Delta m.\frac{\delta^2 y}{\delta t^2}$$
$$T.tg\theta_D - T.tg\theta_E = \Delta m.\frac{\delta^2 y}{\delta t^2}$$
$$T.\frac{\delta y}{\delta x}|_{x+\Delta x} - T.\frac{\delta y}{\delta x}|_x = \Delta m.\frac{\delta^2 y}{\delta t^2}$$
$$T.(\frac{\delta y}{\delta x}|_{x+\Delta x} - \frac{\delta y}{\delta x}|_x) = \Delta m.\frac{\delta^2 y}{\delta t^2}$$

Expandindo em Série de Taylor, tem-se:

$$\frac{\delta y}{\delta x}(x+\Delta x) = \frac{\delta y}{\delta x}(x) + \frac{\delta^2 y}{\delta x^2}|_x.(\Delta x) + \frac{1}{2!}\frac{\delta^3 y}{\delta x^3}|_x.(\Delta x)^2 + \cdots$$

Como Δx foi considerado muito pequeno, Δx^2 é praticamente nulo, bem como os termos subsequentes com Δx elevado a expoentes maiores do que 2. Assim, tem-se que:

$$T.(\frac{\delta y}{\delta x} + \frac{\delta^2 y}{\delta x^2}.\Delta x - \frac{\delta y}{\delta x}) = \Delta m.\frac{\delta^2 y}{\delta t^2}$$
$$T.\frac{\delta^2 y}{\delta x^2}.\Delta x = \Delta m.\frac{\delta^2 y}{\delta t^2}$$
$$T.\frac{\delta^2 y}{\delta x^2} = \frac{\Delta m}{\Delta x}.\frac{\delta^2 y}{\delta t^2}$$
$$\frac{\delta^2 y}{\delta x^2} - \frac{\mu}{T}.\frac{\delta^2 y}{\delta t^2} = 0$$

$$\frac{\delta^2 y}{\delta x^2} - \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\delta^2 y}{\delta t^2} = 0$$

Chegou-se então à equação diferencial que denota o deslocamento transversal y do ponto de coordenada x da corda no instante de tempo t. Esta é a chamada Equação de Onda Transversal que se propaga em uma corda tensa.

Para caracterizar completamente a física do problema, há que se adotar as condições de contorno apropriadas, parte importante do modelo teórico proposto. Assim, denotando por L o comprimento da corda, tem-se ainda que:

$$y(0,t) = 0 \; e \; y(L,t) = 0$$

Em outras palavras, assumimos a corda presa nas duas extremidades. Sendo assim, a onda está confinada entre x = 0 e x = L.

Com essas condições de contorno, as soluções particulares da equação diferencial linear podem ser obtidas, por exemplo, pelo método de separação de variáveis, chegando-se ao seguinte resultado:

$$y_n(x,t) = sen\left(\frac{n\pi}{L}x\right).\cos\left(2\pi f_n t\right)$$

Na expressão acima, o número inteiro n (1, 2, 3, ...) identifica os diversos modos de vibração da corda, que serão mostrados graficamente a seguir (SANTOS; MOLINA; TUFAILE, 2013).

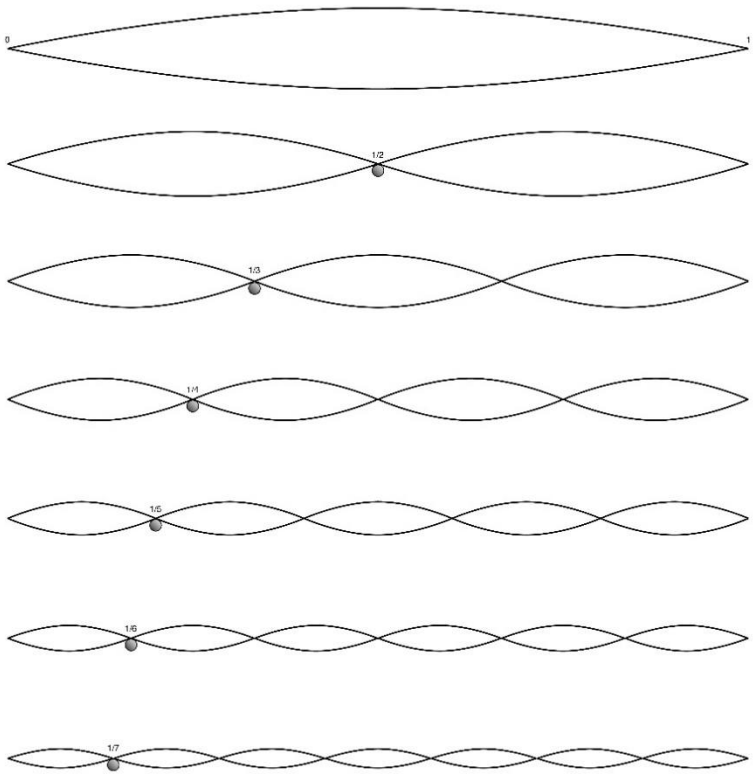
Os modos de vibração da corda

Uma corda fixa pelos dois extremos, quando percutida, pode vibrar de vários modos distintos. Em geral, a perturbação se propaga na corda nos dois sentidos, sofrendo reflexão nas extremidades fixas e executando, então, um movimento de vai-e-vem por toda sua extensão. As perturbações provocadas, em um sentido e no outro, superpõem-se quando se encontram, dando origem às chamadas ondas estacionárias.

Nos pontos onde as cordas estão fixas não há, obviamente, vibração; são eles denominados nodos ou nós de vibração. Dependendo do modo de vibração, ao longo da corda pode-se encontrar outros nodos, onde ocorre interferência destrutiva, bem como os ventres (ou antinodos), que são os pontos da corda que vibram com a máxima amplitude, tendo em vista neles ocorrer interferência construtiva.

A Figura 6, a seguir, ilustra os sete primeiros modos de vibração de uma corda com os dois extremos fixos.

Figura 6 – Modos de vibração de uma corda fixa pelos extremos.



Fonte: **Série harmônica**, 2007 Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Overtone.jpg. Acessado em: 02 abr. 2021.

Observa-se na Figura 6 que a corda pode vibrar de modos distintos, dando origem a sons de diferentes alturas, ou seja, mais graves ou mais agudos, dependendo da frequência de vibração. O primeiro modo de vibração, ou seja, o de menor frequência, é denominado fundamental ou primeiro harmônico. Nesse modo de vibração, tem-se um nodo em cada extremidade da corda e apenas um ventre na região central.

Pela característica física do comprimento da corda retesada, no segundo modo de vibração, denominado então 2º harmônico, o

comprimento de onda será metade do apresentado no modo fundamental. Sendo assim, terá o dobro da frequência do 1º harmônico. Da mesma maneira, o terceiro modo de vibração terá o triplo da frequência da fundamental e assim por diante. Conclui-se então que esses vários modos de vibração, frequentemente chamados de "harmônicos", e que se seguem ao primeiro, apresentam frequências que correspondem a múltiplos inteiros da frequência fundamental. Assim, em um som tonal, o primeiro harmônico é sua fundamental e tem frequência f. O segundo harmônico tem frequência 2f, o terceiro, 3f, e assim sucessivamente.

Para o primeiro harmônico, observa-se que:

$$L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2L = \lambda_1$$

$$v = \lambda_1 f_1$$

$$v = 2Lf_1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L}$$

No caso do segundo harmônico, tem-se então:

$$L = \frac{2\lambda}{2} \Rightarrow 2L = 2\lambda_2$$

$$v = \lambda_2 f_2$$

$$v = \frac{2L}{2} f_2 \Rightarrow f_2 = \frac{2v}{2L}$$

Com o mesmo raciocínio, conclui-se que para os demais harmônicos a frequência será dada por:

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

Confirma-se assim, pela expressão, que o modo de vibração fundamental é o de frequência menor e que os harmônicos superiores têm frequências que são múltiplos inteiros da frequência fundamental.

Utilizando a Fórmula de Taylor, deduzida anteriormente, pode-se então escrever:

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Assim, fica evidente a dependência da frequência do som emitido pela corda com suas características físicas, comprimento e densidade linear, bem como com a intensidade da força tensora em seus extremos.

Quando uma nota musical é emitida por um instrumento, como no caso do violão, geralmente o som emitido não é puro, ou seja, ele

corresponde a uma superposição de harmônicos, com predomínio de intensidade para o fundamental correspondente. O conjunto dos harmônicos que acompanham o som fundamental caracteriza um padrão, denominado timbre, em geral uma espécie de DNA de cada instrumento. O timbre é um atributo multidimensional, que depende de vários elementos: altura, intensidade, duração e espectro (NAVEDA, 2002).

Além da altura, que é a característica física do som definida pela frequência da onda sonora, a intensidade é outra qualidade que merece ser analisada. No entanto, esse tema para os sons do violão será analisado em outro momento.

As notas fundamentais emitidas

No violão comum de seis cordas, as frequências fundamentais por elas emitidas, com as cordas soltas, estão caracterizadas na Tabela 1. Os índices ao lado dos nomes das notas correspondem às oitavas correspondentes. Várias cordas dedilhadas conjuntamente produzem sons mais complexos, com uma combinação de frequências distintas.

Tabela 1 – As frequências fundamentais das cordas do violão.

Corda solta	
Nota	**Frequência (Hz)**
Mi_4	329,6
Si_3	246,9
Sol_3	196,0
$Ré_3$	146,8
$Lá_2$	110,0
Mi_2	82,4

Fonte: Naveda (2002); Silva (2014); Grillo e Brandão (2016).

Além disso, quando o músico coloca um dos dedos entre dois trastes, ou seja, numa das casas (são 19 ao todo), pressionando a corda contra o braço, ele muda o comprimento útil da mesma, ou seja, a parte vibrante

terá menor tamanho. Esse procedimento fará com que a frequência do som produzido seja maior do que quando a corda estiver solta. A Figura 7 ilustra esse fato.

Figura 7 – Diminuindo o comprimento da corda.

Fonte: **Solo Musical**. Disponível em: https://www.solomusical.com.br/zyro/instrumento-musical/aula-de-violao/aula-de-violao-improvisacao/aula-de-violao-para-iniciantes-preco-indianopolis. Acessado em: 02 abr. 2021.

A caixa de ressonância

A caixa de ressonância de um violão é feita de madeira, sendo seu tampo uma parte muito importante, uma vez que transmite as vibrações das cordas quando tocadas. Para tanto, a madeira do tampo deve possuir baixo peso específico e alto módulo de elasticidade. Já para o fundo e as laterais, geralmente se utiliza a mesma madeira, que não deve ser muito pesada, mas não há restrições quanto às propriedades mecânicas. A função do fundo do violão é refletir o som produzido pelo tampo, de modo que deve ser feito com uma espécie de madeira mais densa (SOARES, 20212).

Sobre o tampo está colocado o cavalete, elemento que serve como sustentação das cordas, suportando uma tração aproximada de 40 kgf. Sua função é a de transmitir, através do rastilho (de osso de canela de boi ou de plástico) a vibração das cordas para o tampo e, por conseguinte, para a caixa

de ressonância. Para que possa bem desempenhar sua função, seu posicionamento exige grande precisão.

Para disciplinar a vibração do tampo e também servir de reforço para que o mesmo não afunde sob pressão das cordas sobre o cavalete, são utilizados os leques, que são estruturas internas de suportes de madeira colocadas logo abaixo do tampo (SOARES, 20212).

Os movimentos do tampo do violão são mais complexos que os das cordas, exigindo um estudo à parte. No entanto, apenas para introduzir o tema, também é possível analisar seus modos de vibração, que têm associados frequências de ressonância únicas, com profundas implicações nas características acústicas do instrumento (NAVEDA, 2002). A Figura 8 mostra alguns modos de vibração do tampo, obtidos pela técnica de interferometria holográfica.

Figura 8 – Modos de vibração do tampo.

Fonte: Richardsom (1994).

Considerações finais

Atividades interdisciplinares, envolvendo professores de distintas áreas, como por exemplo, a Matemática, a História ou a Literatura, podem

contribuir sobremaneira para a contextualização dos conhecimentos, desde que os temas trabalhados conjuntamente não sejam um mero aglutinado de saberes; há que se ter uma conexão entre eles. Levando o aluno a explorar as diversas possibilidades inerentes aos conteúdos de cada área, possibilita-se a compreensão e aquisição de conhecimentos, entendendo-os como interligados entre si e não apenas às especificidades de uma única disciplina.

Neste capítulo, explorou-se alguns conceitos e relações típicos de um curso básico de Acústica, utilizando como ponto de partida o violão, instrumento popular e muito utilizado por jovens estudantes. Destaca-se que o tema em pauta também poderia ser bem explorado em trabalho conjunto com a disciplina de Artes.

Atividades de física envolvendo as artes, a música em especial, podem contribuir para motivar os alunos durante as aulas, propiciando que os mesmos consigam atribuir significados àquilo que estudam. A análise de um instrumento musical, por exemplo, bem como sua utilização em classe, pode ser uma ferramenta extremamente eficaz no ensino da física básica. Pode também contribuir para que o aluno associe os conteúdos trabalhado com as experiências de seu dia a dia.

Atividades assim, quando bem desenvolvidas, podem promover uma melhoria significativa na qualidade do ensino, possibilitando a convergência dos vários saberes apreendidos para uma melhor compreensão da natureza e da sociedade.

Referências

CARDOZO, Laio Cavalcanti. **O Ensino de Física através dos Instrumentos Musicais**. 2016. 70 f. Trabalho de Conclusão – Licenciatura em Física, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2016.

GRILLO, Maria Lúcia; BRANDÃO, Luiz Pugginelli. O Violão no Ensino de Física. In: GRILLO, Maria Lúcia; BRANDÃO, Luiz Pugginelli. **Física e Música**. São Paulo: Livraria da Física, 2016. p. 61-76.

KRUMMENAUER, Wilson Leandro; PASQUALETTO, Terrimar Ignácio; COSTA, Sayonara Salvador Cabral da. O uso de instrumentos musicais como ferramenta motivadora para o ensino de acústica no ensino médio. **Física na Escola**, v. 10, n. 2, p. 22-24, 2009.

LIMA, Diogo de Oliveira; DAMÁSIO, Felipe. O violão ensino de acústica: uma proposta com enfoque histórico-epistemológico em uma unidade de ensino potencialmente significativa. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 36, n. 6, p. 818-840, dez. 2009.

MOURA, Daniel de Andrade; BERNARDES NETO, Pedro. O ensino de acústica no Ensino Médio por meio de instrumentos musicais de baixo custo. **Física na Escola**, v. 12, n. 1, p. 12-15, 2011.

NAVEDA, Luiz Alberto Bavaresco. **O Timbre e o Volume Sonoro do Violão**: uma abordagem acústica e psicoacústica. 2002. 189 f. Dissertação (Mestrado em Música) – Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Música, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo horizonte, 2002.

RICHARDSON, B. E. The acoustical development of the guitar. **Journal of the Catgut Acoustical Society**. v. 2, n. 5 (serie III). Maio 1994.

SANTOS, Wandresson Moura dos. **A Evolução Sócio-histórico-cultural e a Potencialidade Didático-pedagógica do Violão para o Ensino de Física**. 2019. 43 f. Trabalho de Conclusão – Licenciatura em Física, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, Caicó, 2019.

SANTOS, E. M; MOLINA, C.; TUFAILE, A. P. B. Violão e guitarra como ferramentas para o ensino de física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, Juína, MT, v. 35, n. 2, p. 2507(1)-2507(7), 2013.

SERWAY, Raymond A.; JEWETT JR., JOHN W. **Princípios de Física**: oscilações, ondas e termodinâmica v. 2. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

SILVA, Jéssica Oliveira da. **Relacionando a Acústica e a Teoria Musical**. 2014. 41 f. Trabalho de Conclusão – Licenciatura em Física, Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

SOARES, Maria Angélica. **Produção de um violão clássico em Madeira de Teca (Tectona grandis)**. 2014. 58 f. Trabalho de Conclusão – Engenharia Industrial Madeireira, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Itapeva, 2014.

THOALDO, Daniele Cristina. **Formulação Unidimensional do Método dos Elementos de Contorno para a Equação da Onda com Solução Fundamental Independente do Tempo**. 2011. 63 f. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) – Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Métodos Numéricos em Engenharia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

A cicloide e o movimento composto

Cláudio Sérgio Sartori[23]

Irval Cardoso de Faria[24]

Introdução

Estudos das cicloides, em particular a curva denominada braquistócrona, foram desenvolvidos por vários cientistas. Proposto inicialmente em 1696 por Johann Bernoulli (WIKIPEDIA, 2021a) como: "Dado dois pontos ***A*** e ***B*** em um plano inclinado, qual a equação da curva na qual um corpo, sofrendo apenas a aceleração da gravidade, levará o menor tempo para percorrê-la?" A partir de tal conceito, determinaremos aqui as funções horárias para o movimento de uma cicloide denominada de braquistócrona, cujos trabalhos posteriores, experimentais e teóricos demonstraram que o menor tempo para percorrer um determinado espaço dar-se-á quando a cicloide for dessa natureza.

Para o estudo da referida cicloide aplicaremos o princípio de Fermat; já utilizado por Galileo Galilei (WIKIPEDIA, 2021b) em 1638, que estudou uma trajetória retilínea com inclinação de 45°. Para esse movimento, o problema pode ser interpretado aplicando o Princípio de Fermat (a luz percorre um caminho ***AB*** no menor intervalo de tempo). Tal solução pode se dar, encontrando uma equação diferencial com o auxílio do Princípio de Fermat, por isso apresentaremos dois resultados importantes: Lei da Reflexão e Lei da Refração, juntamente com o resultado do movimento de queda livre. Simulações foram feitas com o software *Mathematica* (WOLFRAM, 2021) para o auxílio na visualização do problema.

Aplicação do Princípio de Fermat: Leis da Reflexão e da Refração da Luz

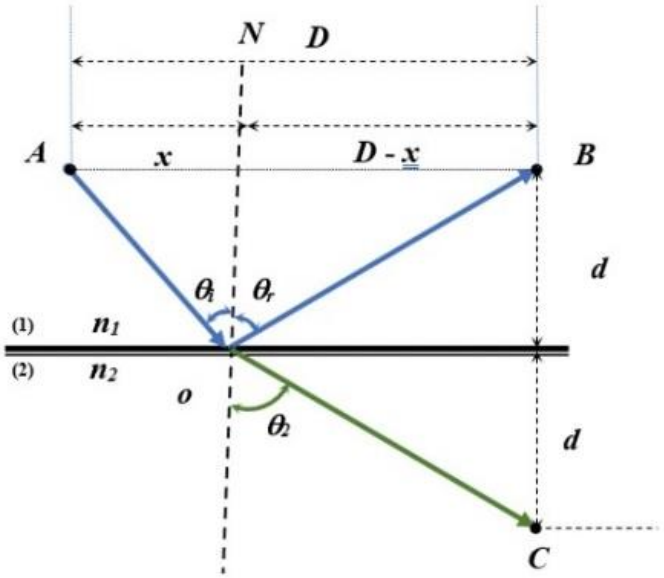
Para gerarmos a equação diferencial da curva *AB* percorrida por um objeto sob ação somente de seu peso, podemos utilizar o Princípio de Fermat

[23] Doutor em Física. Docente na Universidade Paulista – campus Sorocaba, no Centro Universitário Nossa Senhora do Patrocínio – campus Salto e na FATEC de Sorocaba. E-mail: claudio.sartori@fatec.sp.gov

[24] Doutor em Física. Docente na Universidade Paulista – Campus Sorocaba e na Fatec Tatuí. E-mail: irval.faria@fatec.sp.gov.br

(LAEVEN; LAEVEN-ARETZ, 2014) e o resultado da queda livre de Galileo. Analisando o princípio de Fermat, no trajeto dos raios luminosos da Figura 1, ilustramos as deduções das Leis fundamentais da Óptica Geométrica: a Lei da Reflexão e a Lei da refração.

Figura 1 – Caminho de um raio luminoso ao sofrer reflexão numa superfície que separa dois meios (1) e (2) de índices de refração n_1 e n_2, respectivamente.



Fonte: os autores.

O caminho percorrido pelo raio refletido, ***AoB*** será:

$$L = \sqrt{d^2 + x^2} + \sqrt{d^2 + (D - x)^2}$$

$$\frac{dL}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{D}{2} \Leftrightarrow \theta_i = \theta_r \text{ (Lei da Reflexão)}$$

Analisando o tempo gasto para o raio luminoso percorrer o caminho ***AoC***:

$$v_1 = \frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{t_1} \Leftrightarrow t_1 = \frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{v_1} \Leftrightarrow t_1 = \frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{(c/n_1)} \Leftrightarrow n_1 = \frac{c}{v_1}$$

$$v_2 = \frac{\sqrt{d^2 + (D - x)^2}}{t_2} \Leftrightarrow t_2 = \frac{\sqrt{d^2 + (D - x)^2}}{v_2} \Leftrightarrow t_2 = \frac{\sqrt{d^2 + (D - x)^2}}{(c/n_2)}$$

$$\Leftrightarrow n_2 = \frac{c}{v_2}$$

$$t = t_1 + t_2 \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{(c/n_1)} + \frac{\sqrt{d^2 + (D-x)^2}}{(c/n_2)}$$

$$\frac{dt}{dx} = 0 \Leftrightarrow \frac{dt}{dx} = \frac{n_1}{c}\frac{x}{\sqrt{d^2 + x^2}} - \frac{n_2}{c}\frac{(D-x)}{\sqrt{d^2 + (D-x)^2}} = 0$$

$$n_1 \cdot \sin\theta_1 = n_2 \cdot \sin\theta_2 \text{ (Lei da refração)}$$

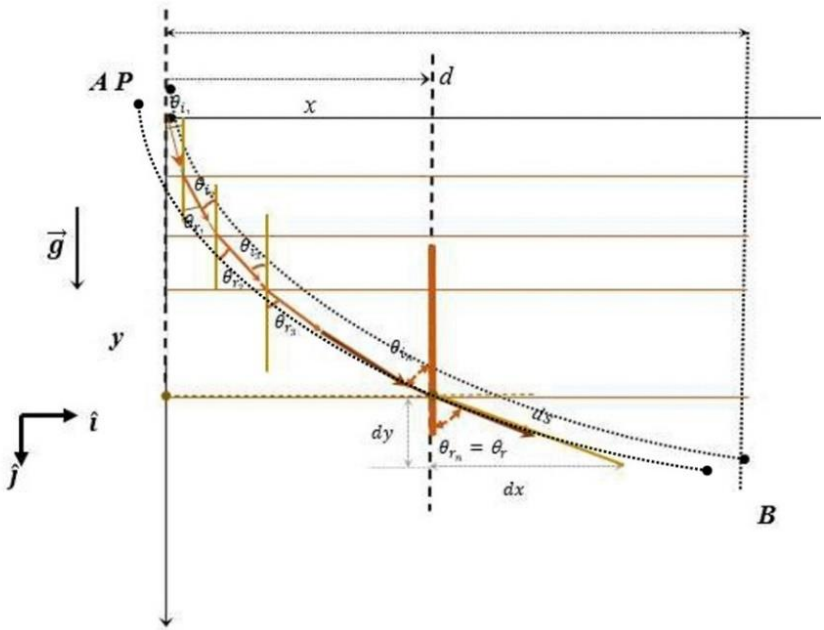
$$\frac{c}{v_1}\sin\theta_1 = \frac{c}{v_2}\sin\theta_2$$

$$\frac{v_1}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{\sin\theta_2}$$

A geração da trajetória da curva braquistócrona

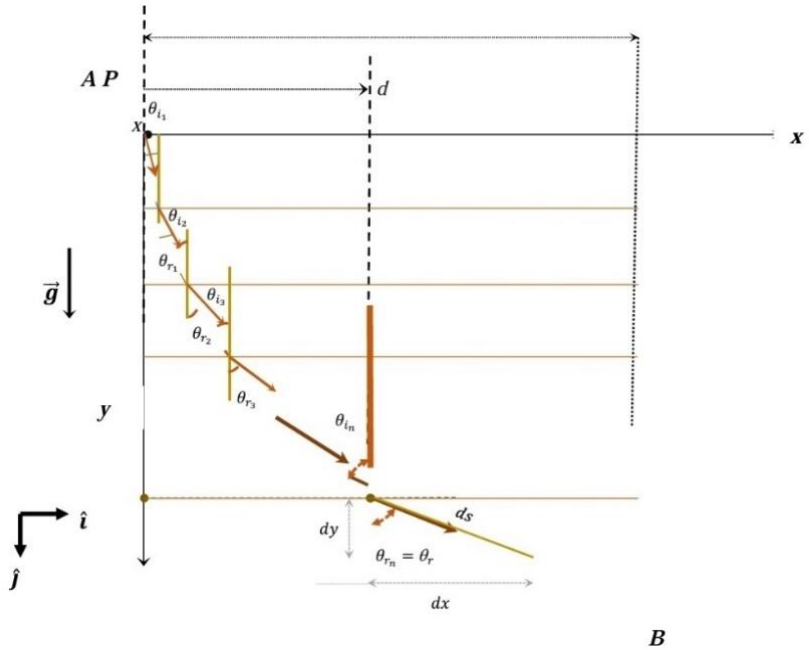
Podemos interpretar a curva como sendo a trajetória de um ponto *P* percorrendo várias separações entre dois meios de diferentes índices de refração.

Figura 2 – Queda de um objeto sobre ação da gravidade em uma braquistócrona.



Fonte: os autores.

Figura 3 – Queda de um objeto sobre ação da gravidade em uma braquistócrona.



Fonte: os autores.

Da Lei de Snell-Descartes:

$$\frac{\sin\theta_{i_n}}{\sin\theta_{r_n}} = \frac{v_i}{v_r} \Leftrightarrow \frac{\sin\theta_{i_n}}{v_i} = \frac{\sin\theta_{r_n}}{v_r}$$

Para a queda livre, ou seja, um corpo descendo de uma altura y, Galileo Galilei mostrou que a velocidade é:

$$v = \sqrt{2gy} \Leftrightarrow y = \frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{v}{\sin\theta_r} = \frac{\sqrt{2gy}}{\sin\theta_r} = k \Leftrightarrow \frac{2gy}{\sin^2\theta_r} = k^2 \Leftrightarrow y = \frac{k^2}{2g}\sin^2\theta_r$$

$$\cot\theta_r = \frac{dy}{dx} \Leftrightarrow \csc\theta_r = \frac{ds}{dx} \Leftrightarrow \cot^2\theta_r + 1 = \csc^2\theta_r$$

$$ds^2 = dx^2 + dy^2$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = \left(\frac{ds}{dx}\right)^2$$

$$\frac{dy}{dx} = y' = \cot\theta_r \operatorname{sen}^2\theta_r + \cos^2\theta_r = 1 \Leftrightarrow \operatorname{sen}^2\theta_r + \operatorname{sen}^2\theta_r \cdot \cot^2\theta_r = 1 \Leftrightarrow \operatorname{sen}^2\theta_r = \frac{1}{1+\cot^2\theta_r}$$

$$\operatorname{sen}^2\theta_r = \frac{1}{1+y'^2}$$

$$\sin\theta_r = \frac{dx}{ds} \Leftrightarrow$$

$$\frac{v}{\sin\theta_r} = k \Leftrightarrow \frac{v}{\frac{dx}{ds}} = k \Leftrightarrow v\frac{ds}{dx} = k \Leftrightarrow v^2\frac{ds^2}{dx^2} = k^2 \Leftrightarrow v^2\frac{dx^2+dy^2}{dx^2} = k^2$$

$$v^2\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right) = k^2$$

$$\sqrt{2gy}^2\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right) = k^2$$

$$y\left(1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right) = \frac{k^2}{2g}$$

$$y(1+y'^2) = \frac{k^2}{2g}$$

$$y\left(1+y'^2\right) = C \Leftrightarrow C = \frac{k^2}{2g}$$

Façamos agora:

$$y'\big(x(p)\big) = \cot p$$

$$y(1+\cot^2 p) = C \Leftrightarrow y(p) = \frac{C}{1+\cot^2 p} \Leftrightarrow y(p) = \frac{C\operatorname{sen}^2 p}{\operatorname{sen}^2 p + \cos^2 p}$$

$$y(p) = C\operatorname{sen}^2 p \Leftrightarrow y(p) = C(1-\cos^2 p)$$

$$\cos 2p = \cos^2 p - \operatorname{sen}^2 p = 2\cdot\cos^2 p - 1 \Leftrightarrow \cos^2 p = \frac{1+\cos 2p}{2}$$

$$y(p) = \frac{C}{2}(1-\cos(2p))$$

$$\frac{dy}{dp} = C\operatorname{sen}(2p) \Leftrightarrow \frac{dy}{dp} = 2C\operatorname{sen} p\cos p$$

$$\frac{dy}{dx} = y'(x) \Leftrightarrow dx = \frac{dy}{y'(x)} \Leftrightarrow dx = \frac{2C\operatorname{sen} p\cos p dp}{\cot p}$$

$$dx = 2C\frac{\operatorname{sen} p\cos p}{\frac{\cos p}{\operatorname{sen} p}}dp \Leftrightarrow \frac{dx}{dp} = 2C\operatorname{sen}^2 p \Leftrightarrow \frac{dx}{dp} = 2C\left(\frac{1-\cos(2p)}{2}\right)$$

$$\frac{dx}{dp} = C(1-\cos(2p)) \Leftrightarrow x(p) = \int C(1-\cos(2p))\,dp$$

$$x(p) = \frac{C}{2}(2p - \operatorname{sen}(2p)) + Cte$$

$$y(p) = \frac{C}{2}(1-\cos(2p))$$

Condições iniciais:

$$x(0) = 0 \Leftrightarrow = \frac{C}{2}(2\cdot 0 - \operatorname{sen}(2\cdot 0)) + Cte = 0 \Leftrightarrow Cte = 0$$

$$x(p) = \frac{C}{2}(2p - \operatorname{sen}(2p))$$

$$y(p) = \frac{C}{2}(1-\cos(2p))$$

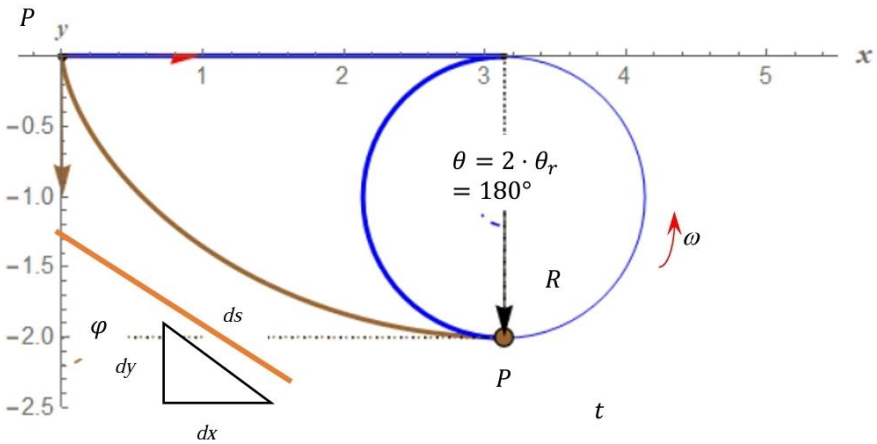
Escolhendo: $2p = \theta$ e $\frac{C}{2} = R \Leftrightarrow C = \frac{k^2}{2g} \Leftrightarrow \frac{k^2}{4g} = R \Leftrightarrow k = 2\sqrt{Rg}$, e orientando o eixo y para baixo em -y:

$$\begin{cases} x(t) = R(\theta - \operatorname{sen}\theta) \\ y(t) = -R(1-\cos\theta) \end{cases} \Leftrightarrow \theta = \omega t \Leftrightarrow \begin{cases} x(t) = R(\omega t - \operatorname{sen}(\omega t)) \\ y(t) = -R(1-\cos(\omega t)) \end{cases}$$

Observe que:

$$y = \frac{k^2}{2g}\operatorname{sin}^2\theta_r \Leftrightarrow \theta_r = 90° \Leftrightarrow y = -\frac{\left(2\sqrt{Rg}\right)^2}{2g} \Leftrightarrow y = -2R$$

Figura 4 – Construção das funções do movimento na braquistócrona, através do movimento composto de rotação e translação de um círculo de raio R.



Fonte: os autores.

Podemos associar à solução da equação diferencial:

$$y\left(1+y'^{2}\right)=C \Leftrightarrow C=\frac{k^{2}}{2g}$$

ao movimento de translação e rotação sem escorregamento, sobre o eixo *x*, com velocidade angular ω constante de um ponto P sobre uma circunferência de raio R e centro $C(R\omega t,-R)$

Em $t = 0$: $P(0,0)$; em $t=\frac{\pi}{\omega}$; $y=-2R$ e $x=R.\theta \Leftrightarrow x=R\omega t$

$$\omega=\frac{d\theta}{dt}$$

Posição do ponto *P*:

Equações da braquistócrona parametrizada, obtida pela solução da equação diferencial, acima.

$$\begin{cases} x(t)=R(\theta-\operatorname{sen}\theta) \\ y(t)=-R(1-\cos\theta) \end{cases} \Leftrightarrow \theta=\omega t \Leftrightarrow \begin{cases} x(t)=R(\omega t-\operatorname{sen}(\omega t)) \\ y(t)=-R(1-\cos(\omega t)) \end{cases}$$

Velocidade do ponto *P*:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt}=v_x=R.\omega+R\operatorname{sen}\theta\frac{d\theta}{dt} \\ \frac{dy}{dt}=v_y=-R\cos\theta\frac{d\theta}{dt} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{dx}{dt}=v_x=R\omega+R\omega\operatorname{sen}(\omega t) \\ \frac{dy}{dt}=v_y=-R\omega\cos(\omega t) \end{cases}$$

Aceleração do ponto *P*

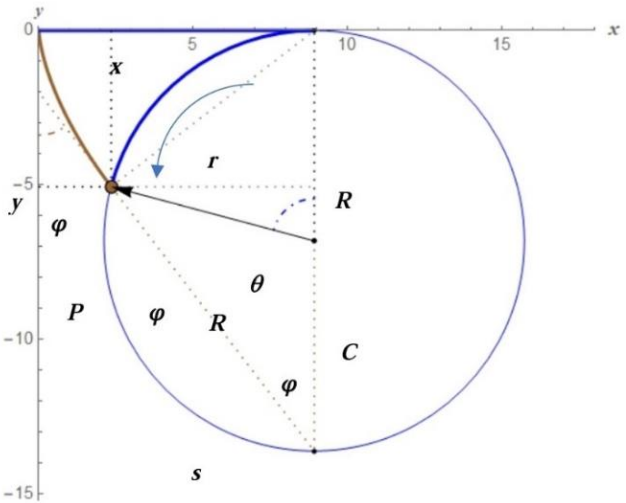
$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2}=a_x=R\omega^2\cos(\omega t) \\ \frac{d^2y}{dt^2}=a_y=R\omega^2\operatorname{sen}(\omega t) \end{cases}$$

Análise das funções movimento, composto de translação e rotação, para a braquistócrona, pela análise geométrica de um ponto *P* na circunferência.

Circunferência de centro $C(x_0,y_0)\ e\ raio\ R$ caminha para direita com velocidade $\omega.R$:

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$$
$$(x-R\omega t\ )^2+(y+R)^2=R^2$$

Figura 5 – Mostra o comportamento geométrico de um ponto P na circunferência ao percorrer a cicloide. Observação o comprimento percorrido no eixo x, da origem até o ponto de contato com a circunferência é igual ao arco da circunferência.



Fonte: os autores.

Posição do ponto *P*

$$\begin{cases} x(t) = R\omega t - R\sin\theta \\ y(t) = -R + R\cos\theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(t) = R\omega t - R\sin(\omega t) \\ y(t) = -R(1-\cos(\omega t)) \end{cases}$$

Velocidade do ponto *P*

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_x = R\omega - R\cos\theta\dfrac{d\theta}{dt} \\ \dfrac{dy}{dt} = v_y = -R\,\text{sen}\,\theta\dfrac{d\theta}{dt} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_x = R\omega - R\omega\cos(\omega t) \\ \dfrac{dy}{dt} = v_y = -R\omega\,\text{sen}(\omega t) \end{cases}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

No ponto mais baixo: $\theta = \omega t = \pi \Leftrightarrow v_x = 2R\omega \Leftrightarrow v_y = 0 \Leftrightarrow v = 2R\omega$

$$v = \sqrt{(R\omega - R\omega\cos(\omega t))^2 + (-R\omega\,\text{sen}(\omega t))^2}$$

$$v = \sqrt{2R^2\omega^2(1-\cos(\omega t))}$$

$$v = \sqrt{2R^2\omega^2(1-\cos\theta)}$$

$$v = R\omega\sqrt{2(1-\cos\theta)}$$

$$\text{sen}^2\frac{\theta}{2} = \frac{1-\cos\theta}{2} \Leftrightarrow 1-\cos\theta = 2\text{sen}^2\frac{\theta}{2}$$

$$v = R\omega\sqrt{2.2\text{sen}^2\frac{\theta}{2}}$$

$$v = 2R\omega\ \text{sen}\frac{\theta}{2}$$

Aceleração do ponto P

$$\begin{cases}\dfrac{d^2x}{dt^2} = a_x = +R\omega^2\ \text{sen}(\omega t)\\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = a_y = -R\omega^2\cos(\omega t)\end{cases}$$

Reta tangente em *P*

$$P(x_0, y_0): x_0 = R(\theta - \text{sen}\,\theta) \Leftrightarrow y_0 = -R(1-\cos\theta)$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow m = -\frac{1+\cos\theta}{\text{sen}\theta}$$

$$y = -2R - \frac{1+\cos\theta}{\text{sen}\theta}(x - R\theta)$$

Reta normal em P

$$y - y_0 = -\frac{1}{m}(x - x_0) \rightarrow -\frac{1}{m} = \frac{\text{sen}\theta}{1+\cos\theta} \Leftrightarrow y + R(1-\cos\theta)$$

$$y - y_0 = \frac{\text{sen}\theta}{1+\cos\theta}(x - R(\theta - \text{sen}\,\theta))$$

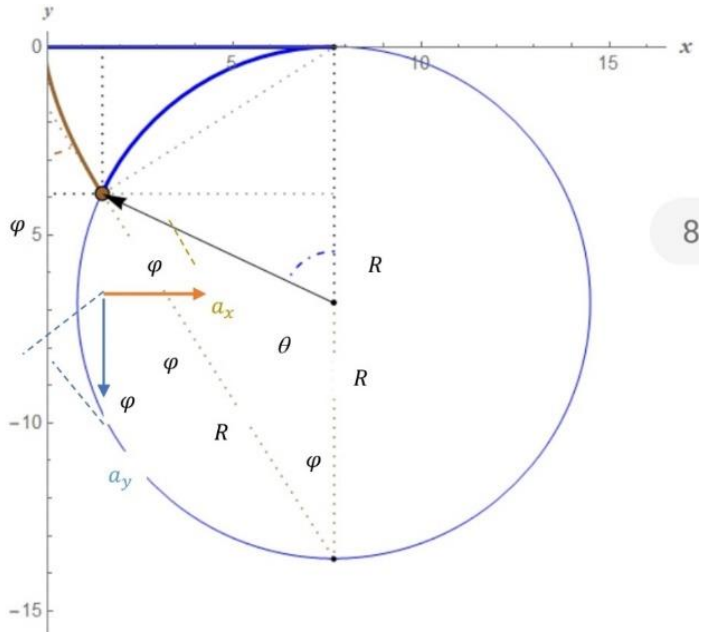
$$\text{y} = R\cos\theta - R + \frac{\text{sen}\theta}{1+\cos\theta}x - R\frac{(\theta - \text{sen}\,\theta)\text{sen}\theta}{1+\cos\theta}$$

$$y = \frac{R\cos\theta + R\cos^2\theta - R - R\cos\theta}{1+\cos\theta} + \frac{x\text{sen}\theta}{1+\cos\theta} - \frac{R\theta\text{sen}\theta - R\text{sen}^2\theta}{1+\cos\theta}$$

$$y = \frac{\text{sen}\theta}{1+\cos\theta}x - R\frac{\theta\text{sen}\theta}{1+\cos\theta}$$

$$y = 0 \Leftrightarrow x = R\theta$$

Figura 6 – Detalhes da geometria formada no movimento composto.



Fonte: os autores.

Relações nos triângulos (Figura 6):

$$\varphi = \frac{\theta}{2} \Leftrightarrow \theta = \omega t$$

$$\sin\varphi = \frac{r}{2R} = \frac{n}{r} \Leftrightarrow r^2 = 2Rn \Leftrightarrow r = 2R\sin\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{s}{2R} = \frac{m}{s} \Leftrightarrow s^2 = 2Rm \Leftrightarrow s = 2R\cos\varphi$$

$$\cot\varphi = \frac{s}{r} = \sqrt{\frac{m}{n}}$$

$$m = 2R - y$$

$$n = y$$

$$\cot\varphi = \sqrt{\frac{2R-y}{y}} \Leftrightarrow \cot^2\varphi = \frac{2R-y}{y}$$

Como: $\cot\varphi = \frac{dy}{dx} = \dot{y} = \sqrt{\frac{2R-y}{y}}$

Ou

$$y\left(1+y'^{2}\right)=2R$$

$$\begin{cases}x(t)=R\omega t-R\sin\theta\\ y(t)=-R+R\cos\theta\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x(\varphi)=2R\varphi-R\sin(2\varphi)\\ y(\varphi)=-R(1-\cos(2\varphi))\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases}\dfrac{dx}{d\varphi}=2R-2R\cos(2\varphi)\\ \dfrac{dy}{d\varphi}=-2R\,\mathrm{sen}(2\varphi)=-4R\,\mathrm{sen}(\varphi)\cos(\varphi)\end{cases}$$

Análise do movimento de P, pela energia a ele associada

No ponto mais baixo: $\theta=\omega t=\pi\Leftrightarrow v_x=2R\omega\Leftrightarrow v_y=0\Leftrightarrow v=2R\omega$.

No ponto mais alto: $y = 2R$

Aplicando a conservação da energia:

$$E=K+U\Leftrightarrow\frac{mv^2}{2}=mg2R$$

$$v=2\sqrt{Rg}$$

$$v=2\sqrt{Rg}=2R\omega$$

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{R}}$$

O tempo de descida é a metade do período T da volta completa da circunferência:

$$T=\frac{2\pi}{\omega}\Leftrightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

$$t_d=\frac{T}{2}\Leftrightarrow t_d=\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

A velocidade é dada por:

$$v=2R\omega\mathrm{sen}\,\frac{\theta}{2}\Leftrightarrow v=2R\sqrt{\frac{g}{R}}\mathrm{sen}\,\frac{\theta}{2}$$

$$v=2\sqrt{Rg}\,\mathrm{sen}\varphi\Leftrightarrow v^2=4Rg\,\mathrm{sen}^2\,\varphi$$

A decomposição das acelerações e forças

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{R}}\Leftrightarrow g=R\omega^2$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = a_x = R\omega^2 \operatorname{sen}\theta \Leftrightarrow a_x = g \operatorname{sen}\theta \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = a_y = R\omega^2 \cos\theta \Leftrightarrow a_y = g\cos\theta \end{cases} \Leftrightarrow \tan\theta = \frac{a_x}{a_y}$$

Aceleração normal a_n

$$a_n = a_x \cos\varphi - a_y \cos(90 - \varphi)$$

$$a_n = a_x \cos\frac{\theta}{2} - a_y \cos\left(90 - \frac{\theta}{2}\right)$$

$$a_n = R\omega^2 \operatorname{sen}(\theta)\cos\frac{\theta}{2} - R\omega^2 \cos(\theta)\cos\left(90 - \frac{\theta}{2}\right)$$

$$a_n = R\omega^2 \left(\operatorname{sen}\theta \cos\frac{\theta}{2} - \cos\theta \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\right)$$

$$a_n = R\omega^2 \left(\operatorname{sen}\left(\theta - \frac{\theta}{2}\right)\right)$$

$$a_n = R\omega^2 \sin\frac{\theta}{2} \Leftrightarrow a_n = g \sin\frac{\theta}{2}$$

$$a_n = R\omega^2 \sin\varphi$$

$a_n = \frac{v^2}{\rho} \Leftrightarrow$ Sendo ρ o raio de curvatura.

$$v^2 = 4Rg \operatorname{sen}^2\varphi$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = R\omega^2 \operatorname{sen}\varphi \Leftrightarrow \frac{4Rg \operatorname{sen}^2\varphi}{\rho} = R\omega^2 \operatorname{sen}\varphi$$

$$\rho = \frac{4Rg \operatorname{sen}^2\varphi}{R\omega^2 \operatorname{sen}(\varphi)} \Leftrightarrow \rho = 4\frac{g}{\omega^2}\frac{\operatorname{sen}^2\varphi}{\operatorname{sen}\varphi}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

$$\rho = 4\frac{g}{\sqrt{\frac{g}{R}}^2} \operatorname{sen}\varphi$$

$$\rho = 4R \operatorname{sen}\varphi$$

$$\rho = 4R \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}$$

Aceleração tangencial a_t

$$a_t = a_x \operatorname{sen}\varphi + a_y \cos\varphi$$

$$a_t = a_x \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} + a_y \cos\frac{\theta}{2}$$

$$a_t = R\omega^2 \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} + R\omega^2 \cos\theta \cos\frac{\theta}{2}$$

$$a_t = R\omega^2 \left(\operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\frac{\theta}{2} + \cos\theta \cos\frac{\theta}{2}\right)$$

$$a_t = R\omega^2 \cos\left(\theta - \frac{\theta}{2}\right)$$

$$a_t = R\omega^2 \cos\frac{\theta}{2}$$

$$a_t = R\frac{g}{R}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$a_t = g\cos\frac{\theta}{2}$$

A decomposição das forças e a 2ª Lei de Newton

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{N}$$

$$\begin{cases} F_x = ma_x = N\cos\varphi \\ F_y = ma_y = mg - N\sin\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} ma_x = N\cos\dfrac{\theta}{2} \\ ma_y = mg - N\sin\dfrac{\theta}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} mg\operatorname{sen}\theta = N\cos\dfrac{\theta}{2} \\ mg\cos\theta = mg - N\operatorname{sen}\dfrac{\theta}{2} \end{cases}$$

$$mg\operatorname{sen}\theta\cos\theta - mg\cos\theta\operatorname{sen}\theta = N\cos\frac{\theta}{2}\cos\theta - mg\operatorname{sen}\theta + N\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\operatorname{sen}\theta$$

$$N = \frac{mg\operatorname{sen}\theta}{\cos\frac{\theta}{2}\cos\theta + \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\operatorname{sen}\theta} \Leftrightarrow N = \frac{mg\operatorname{sen}\theta}{\cos\left(\theta - \frac{\theta}{2}\right)} \Leftrightarrow N = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\frac{\theta}{2}}mg$$

$$N = \frac{2\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}mg$$

$$N = 2\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}mg$$

$$N = 2\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}P$$

$$F_n = ma_n \Leftrightarrow ma_n = N - P\cos\left(90 - \tfrac{\theta}{2}\right)$$

$$F_t = ma_t \Leftrightarrow ma_t = P\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$ma_t = m{\cdot}g\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$a_t = g\cos\frac{\theta}{2}$$

$$\alpha\rho = g\cos\frac{\theta}{2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}\rho = g\cos\frac{\theta}{2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}4R\,\text{sen}\frac{\theta}{2} = g\cos\frac{\theta}{2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{g}{4R}\cdot\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\text{sen}\frac{\theta}{2}}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{g}{4R}\cot\frac{\theta}{2}$$

$$ma_n = N - mg\,\text{sen}\frac{\theta}{2}$$

$$mg\,\text{sen}\frac{\theta}{2} = N - mg\,\text{sen}\frac{\theta}{2}$$

$$N = 2mg\,\text{sen}\frac{\theta}{2}$$

$$ma_n = N - P\cos\left(90 - \frac{\theta}{2}\right)$$

$$ma_n = 2mg\,\text{sen}\frac{\theta}{2} - mg\,\text{sen}\frac{\theta}{2}$$

$$ma_n = mg\,\text{sen}\frac{\theta}{2}$$

$$a_n = g\,\text{sen}\frac{\theta}{2}$$

$$\tan\frac{\theta}{2} = \tan\varphi = \frac{a_n}{a_t}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{g}{\rho}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Vetores unitários tangente e normal no ponto *P*

$$\theta = \omega t$$

$$\overrightarrow{r_P} = x_P\hat{\imath} + y_P\hat{\jmath}$$

$$\overrightarrow{r_P} = R(\theta - \sin\theta)\hat{\imath} - R(1 - \cos\theta)\hat{\jmath}$$

$$\overrightarrow{v_P} = \frac{d\overrightarrow{r_P}}{dt} \Leftrightarrow \overrightarrow{v_P} = R\omega(1-\cos\theta)\hat{\imath} - R\omega\sin\theta\,\hat{\jmath}$$

Vetor tangente em *P*

$$\hat{t} = \frac{\overrightarrow{r'_P}}{|\overrightarrow{r'_P}|}$$

$$\overrightarrow{r'_P} = R\omega(1-\cos\theta)\hat{\imath} - R\omega\sin\theta\,\hat{\jmath}$$

$$|\overrightarrow{r'_P}| = \sqrt{\left(R\omega(1-\cos\theta)\right)^2 + (-R\omega\sin\theta)^2}$$

$$|\overrightarrow{r'_P}| = 2R\omega\text{sen}\frac{\theta}{2}$$

$$\hat{t} = \frac{R\omega(1-\cos\theta)\hat{\imath} - R\omega\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\jmath}}{2R\omega\text{sen}\frac{\theta}{2}}$$

$$\hat{t} = \frac{1-\cos\theta}{2\text{sen}\frac{\theta}{2}}\hat{\imath} - \frac{\text{sen}\,\theta}{2\text{sen}\frac{\theta}{2}}\hat{\jmath}$$

Vetor normal em *P*

$$\hat{n} = \frac{\widehat{t'}}{|\widehat{t'}|}$$

$$\widehat{t'} = \frac{d}{d\theta}\frac{1-\cos\theta}{2\text{sen}\frac{\theta}{2}}\hat{\imath} - \frac{d}{d\theta}\frac{\text{sen}\,\theta}{2\text{sen}\frac{\theta}{2}}\hat{\jmath}$$

$$\widehat{t'} = \frac{1}{2}\cos\frac{\theta}{2}\hat{\imath} + \frac{1}{2}\text{sen}\frac{\theta}{2}\hat{\jmath}$$

$$|\widehat{t'}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\cos\frac{\theta}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\text{sen}\frac{\theta}{2}\right)^2} \Leftrightarrow |\widehat{t'}| = \frac{1}{2}$$

$$\hat{n} = \cos\frac{\theta}{2}\hat{\imath} + \text{sen}\frac{\theta}{2}\hat{\jmath}$$

Vetores força Normal e Peso

$$\vec{P} = P\hat{\jmath}$$

$$\vec{N} = N\hat{n}$$

$$\vec{N} = 2\text{sen}\frac{\theta}{2}P\hat{n}$$

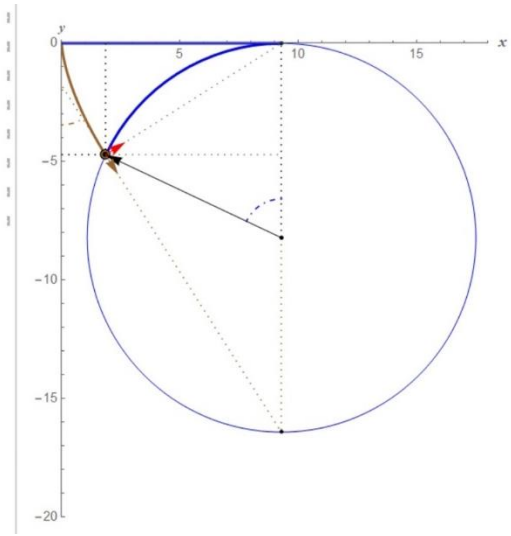
$$r = 2R\,\text{sen}\frac{\theta}{2} \Leftrightarrow \text{sen}\frac{\theta}{2} = \frac{r}{2R}$$

$$\vec{N} = \frac{r}{R}P\hat{n}$$

$$\theta = 180° \Leftrightarrow N = 2P \Leftrightarrow N = 2mg$$

$$\theta = 0° \Leftrightarrow N = 0$$

Figura 7 – Mostra a análise da braquistócrona pelo uso de versores normal e tangencial a curva.



Fonte: os autores.

$$\overrightarrow{r_C} = x_C\hat{\imath} + y_C\hat{\jmath}$$

$$\overrightarrow{v_P} = \overrightarrow{v_C} + \vec{\omega} \times (P - C)$$

$$\overrightarrow{v_P} = \overrightarrow{v_C} + \vec{\omega} \times \overrightarrow{CP}$$

$$C \equiv (x_C, y_C) \Leftrightarrow C \equiv (x_C, -R)$$

$$P \equiv (x_P, y_P) \Leftrightarrow P \equiv (x_P, y_P)$$

$$\overrightarrow{v_P} = \overrightarrow{v_C} + \omega\hat{k} \times \big((x_P - x_C)\hat{\imath} + (y_P - y_C)\hat{\jmath}\big)$$

$$\overrightarrow{v_P} = \omega R\hat{\imath} + \omega(x_P - x_C)\hat{\jmath} - \omega(y_P - y_C)\hat{\imath}$$

$$\overrightarrow{v_P} = \omega\big(R - (y_P - y_C)\big)\hat{\imath} + \omega(x_P - x_C)\hat{\jmath}$$

Conclusão

Por meio do estudo da composição de movimentos de translação e rotação, obtivemos a trajetória de uma cicloide para o movimento de um

ponto de um sólido que descreve MCU (Movimento Circular e Uniforme) e seu centro de massa ***G***.

Análises feitas pelas leis da óptica, análise geométrica e uso de estudo de versores, associados aos movimentos de um ponto em uma cicloide, nos permitiram determinar com exatidão as funções espaço, velocidade e aceleração para a cicloide denominada de braquistócrona.

Estudos complementares, teóricos e experimentais, desenvolvidos na Faculdade de Tecnologia de Sorocaba – FATEC pelos autores deste trabalho nos permitirão realizar análises comparativas entre diferentes cicloides, o que será motivo de nossas discussões em trabalhos futuros.

Referências

LAEVEN, A. H. and LAEVEN-ARETZ. **The authors and reviewers of the *Acta Eruditorum*** 1682-1735, Molenhoek, The Netherlands, 2014.

WIKIPEDIA. **Johann Bernoulli**. 21 jan. 2021a. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Johann_Bernoulli. Acesso em: 03 abr. 2021.

WIKIPEDIA. **Galileu Galilei**. 28 mar. 2021b. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Galileu_Galilei. Acesso em: 03 abr. 2021.

WOLFRAM. **Wolfram Mathematica**. 2021. Disponível em: https://www.wolfram.com/mathematica/. Acesso em: 03 abr. 2021.

Metodologias Ativas no Ensino de Ciências no ano de 2020

Brígida Pimentel Villar de Queiroz[25]
Wallesandra Araújo Silva[26]
Amanda Cia Hetzl Agostineto[27]
Gleici Branco[28]
Alexandre Galetti[29]

Introdução

As metodologias ativas, paradigma educacional com o qual inverte-se a lógica tradicional de ensino, retirando o protagonismo do professor e colocando o aluno no centro do processo de aprendizagem teve importante papel no atípico ano de 2020.

As aulas remotas, onde a câmera da maioria dos alunos fica fechada – interação com bolinhas com figuras diversas, desde a foto do presidente atual, até bonecas, carros, times de futebol...Não foi fácil, mas nos sentimos privilegiados pela bagagem proporcionada pela metodologia pedagógica da escola onde trabalhamos. Além disso, os alunos, que já estavam acostumados com as metodologias ativas aplicadas pelos professores na escola, facilitaram a interação durante as aulas remotas.

Informações sobre o dever do professor como mediador do conhecimento podem ser encontradas nas leis que regem a educação. Aqui vamos abordar um pouco sobre a metodologia adotada durante o ano de 2020, bem como, atividades desenvolvidas com os alunos no ensino de ciências e STEAM (acrônimo que será explicado posteriormente neste

[25] Doutora em Biologia. Núcleo de Educação Integrada. E-mail: brigidadequeiroz@gmail.com

[26] Mestra em Educação. Núcleo de Educação Integrada. E-mail: wallearaujosilva@gmail.com

[27] Doutora em Biologia Celular e Estrutural. Núcleo de Educação Integrada. E-mail: amandacia12@hotmail.com

[28] Especialista em Educação no Ensino Superior. Núcleo de Educação Integrada. E-mail: alexandre.galetti@gmail.com

[29] Especialista em Metodologia do Ensino de Ciências. Núcleo de Educação Integrada. E-mail: gleicibranco.bio@gmail.com

mesmo artigo) no Ensino Fundamental II de uma escola particular localizada na cidade de Santa Bárbara d'Oeste, região metropolitana de Campinas.

Metodologias Ativas e seu uso na instituição de ensino

A escola onde as atividades foram realizadas possui um currículo inovador, as estratégias de ensino são baseadas em Metodologias Ativas, que possibilitam o protagonismo do aluno colocando-o no centro do processo e do desenvolvimento de sua aprendizagem, utilizando as Tecnologias de Comunicação e Informação (TICs) como ferramenta didático-pedagógica. O Ensino Híbrido apresenta uma inovação que possibilita a conexão da sala de aula tradicional com a tecnologia.

A operacionalização do ensino *online* foi adotada à plataforma *Moodle*, um software livre com ambiente virtual de aprendizagem, desenvolvido por uma comunidade de centenas de programadores em todo o mundo, sendo atualizado continuamente pelos seus usuários.

Durante o isolamento social de 2020, a necessidade do ensino *online* propôs um desafio para a equipe da escola: organizar as aulas de forma a manter os princípios metodológicos de forma remota. A organização dessas atividades passou por um processo de ação-reflexão-ação, onde os professores faziam a proposta, observavam os resultados e reestruturavam. A observação das respostas dos alunos com a escuta ativa, colaborou para a assertividade nos ajustes, desenvolvendo estratégias para provocar a ampliação das competências.

Os professores notaram que os alunos que estavam em progresso com o desenvolvimento das habilidades de busca e crítica de informação, seguiram com maior facilidade o encaminhamento das aulas, uma vez que recebiam a orientação e conseguiam identificar as próprias dúvidas, organizar questionamentos referentes ao que necessitava aprender, pesquisar soluções e compartilhar com os colegas para avaliar os resultados. Assim, o trabalho do professor como mediador e ou orientador, resultou na necessidade de menor número de aulas expositivas e maior tempo com o trabalho em equipe e de pesquisa, para a ampliação de referenciais que alavancam as descobertas e a aprendizagem significativa. Com os estudantes, onde a interferência do professor em direcionamentos era mais necessária, notou-se uma inércia no desenvolvimento das habilidades de busca e da autorregulação.

A Aprendizagem Baseada em Projetos (ABPj) desenvolve competências indispensáveis para o aprender a aprender. Os educadores elegem uma temática para ser trabalhada durante o ano letivo e leva para o aluno com uma aproximação ao tema, gerando uma pergunta que norteia o

percurso investigativo em que o professor aproveita as oportunidades para lançar mão dos conceitos e competências elencadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) assim como do currículo estadual. Há, portanto, uma grande preocupação com a pergunta elaborada para provocar a curiosidade do aluno em buscar o conhecimento de forma significativa, pois "somente a partir de perguntas é que se deve partir em busca de respostas" (FREIRE e FAUNDEZ, 1998, p. 24).

A organização das turmas em grupos com componentes multisseriados no ciclo (6º junto com o 7º e 8º junto com o 9º) promove a troca de conhecimento em pares, de maneira que a ampliação dos referenciais aconteça mais próximo ao entendimento do aluno, já que as dúvidas são divididas e o processo de solução envolve o compartilhar de entendimentos na construção do novo saber. Quanto a isso, Cohen e Lotan (2017) indicam que "quando trabalhamos em um problema que não tem uma resposta clara ou uma maneira padrão de chegar a uma resposta, o grupo é "*mais inteligente"* que qualquer membro individualmente". Assim sendo, a interação entre os alunos do grupo durante o debate de resolução, identifica equívocos conceituais no momento da comunicação da ideia, promovendo a correção e redirecionamentos.

Na perspectiva de aprendizagem em grupo, a elaboração do argumento para defender a ideia de solução estimula a síntese do conhecimento aprendido, uma vez que na estrutura do pensamento deve organizar e se repertoriar. Ao abordar a escola, o acompanhamento do desempenho do educando é feito por um professor tutor escolhido pelo próprio aluno e inspirado pelos vínculos de confiança, afetividade e afinidade. O tutor promove o acolhimento do estudante e faz orientações para organizar ações de desenvolvimento de competências da aprendizagem. Por fim, a ação colabora no sentido de ampliar a autorregulação, incentivando o aprimoramento de atitudes ligadas às regras de convivência, trabalho em grupo e o processo de aprendizagem.

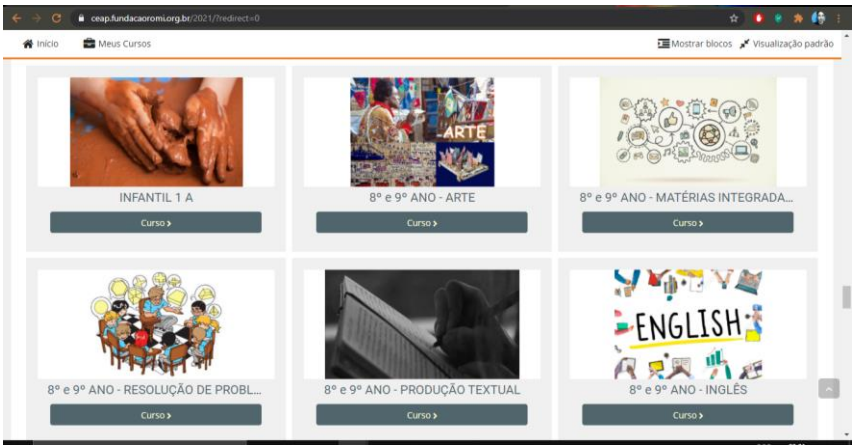
Sobre o uso das TICs nas Metodologias Ativas de Ensino

É impossível pensarmos em educação do século XXI e, em particular, na adoção de estratégias inovadoras de ensino, que tem nas metodologias ativas um dos seus maiores expoentes, sem o uso da tecnologia. Essa teoria ganha força pelo fato de que o perfil de aluno moderno mudou; este é um nativo digital, isto é, nasceu na era pós-Internet, onde o uso das redes sociais, dos sites de compartilhamento de vídeos e arquivos e dos aplicativos de comunicação instantânea são comuns em seu

dia a dia. Portanto, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) são fundamentais dentro da proposta das Metodologias Ativas de Ensino.

Conforme apontado anteriormente neste trabalho, a escola utiliza uma plataforma virtual de ensino e aprendizagem baseada no software livre *Moodle*. Com essa ferramenta, os professores conseguem construir um ambiente educacional, que funciona como um "*site*" para as disciplinas. Ali é possível compartilhar textos, imagens e vídeos que podem ser utilizados nas aulas síncronas ou como apoio para realizar outras atividades assíncronas. Ademais, o professor mediador consegue elaborar questionários, provas e tarefas, bem como corrigir essas atividades fornecendo nota e feedback individual e personalizado para os seus alunos, tornando o processo de avaliação mais transparente e constante.

Figura 1 - A plataforma gratuita *Moodle*, disponível no endereço https://moodle.org/?lang=pt_br é uma ferramenta que pode ser utilizada para criar várias páginas de disciplinas, disponibilizadas em um único lugar, facilitando tanto o processo de aprendizagem quanto o de ensino.



Fonte: os autores.

As páginas criadas no *Moodle* servem como base para estruturar as atividades das disciplinas, organizando-as cronologicamente, além de funcionarem como um roteiro de estudos para os alunos e uma ferramenta que unifica a entrega dos trabalhos, que podem ser feitos em grupos ou individual. Essa ferramenta, contudo, não permite *a priori* a realização de aulas *on-line* de forma síncrona; para isso, a escola decidiu pelo uso do aplicativo de videoconferência *Microsoft Teams*.

No contexto das metodologias ativas de ensino, o *Microsoft Team*s pode ser utilizado para desenvolver atividades de pesquisa colaborativa entre os alunos numa proposta de aula *online* dinâmica e engajadora. A ideia aqui é buscar uma solução para uma reclamação recorrente dos professores em suas aulas virtuais: a falta de participação dos estudantes, que muitas vezes se recusam a abrir suas câmeras ou interagir através de áudio (microfone) ou texto (chat).

A atividade aqui consiste em utilizar o recurso de dividir os alunos em salas (ou grupos) que pode ser feito aleatoriamente pelo próprio *Teams* ou pelo docente, se assim preferir. A organização aleatória feita pelo aplicativo, impõe uma dinâmica diferente entre os alunos em cada interação, aumentando o desafio de se relacionarem entre si e trabalhar em grupo para atingir os objetivos da atividade.

Uma das propostas de atividade que os professores da escola desenvolveram é realizada em duas aulas de 50 minutos cada. O docente apresenta no primeiro momento da aula o tema da atividade (que consiste basicamente em realizar uma pesquisa em grupo sobre um assunto específico da disciplina) e define a apresentação dos resultados obtidos no mesmo dia, na segunda aula.

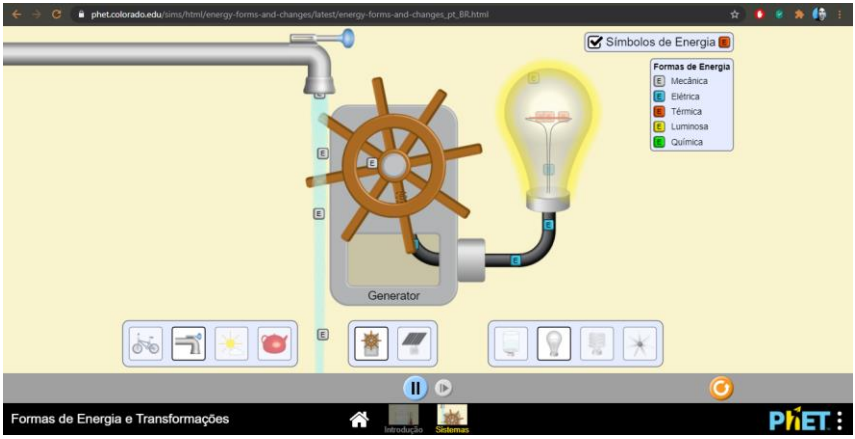
Os estudantes na escola já são bem familiarizados com aplicativos de trabalhos colaborativos como o *Padlet, Google Docs, Prezi*, *Canva* entre outros que permitem realizar a atividade tanto pelo computador quanto por um celular *smartphone*. Os alunos trocam ideias, discutem a pesquisa, fornecem *links*, decidem a apresentação dentro das salas de grupos. O docente tem visão geral dos grupos e do processo sendo realizado em tempo real. Além disso, pode entrar individualmente em cada uma das salas para dar mais instruções e fornecer ajuda ao grupo para realização e cumprimento da tarefa.

Os resultados obtidos mostram que essa proposta de atividade aumentou a participação e o engajamento dos alunos nas aulas online, permitindo que eles realizem o aprendizado de forma ativa, interativa e dinâmica. Devemos ressaltar o papel do professor como mediador desse processo, fornecendo *feedbacks* constantes durante a atividade e um final após cada apresentação de um grupo de alunos.

Sabemos que o ensino de ciências é fundamentado na experiência, em atividades “mão na massa”, que permitem aos alunos interagirem com ferramentas do mundo real, fazer medidas, coletar dados e investigar fenômenos do seu dia a dia. Como já é sabido, a pandemia do COVID-19 dificultou a realização de atividades desse tipo, levando os processos educacionais à esfera remota.

Para contornar esse problema, os professores da escola têm utilizado principalmente a página do *Phet Simulation*s desenvolvida pela Universidade do Colorado nos EUA, que apresenta simuladores das mais diversas áreas da ciência: biologia, física, química e matemática, com versões em português. Os simuladores educacionais disponíveis na página do *Phet* não precisam de instalação de programa algum, isto é, funcionam inteiramente e perfeitamente *online* através do próprio site.

Figura 2 - Os simuladores disponíveis do Phet permitem mostrar e exemplificar fenômenos da natureza de forma intuitiva e divertida. Na imagem, o simulador de física sobre o tema energia.



Fonte: https://phet.colorado.edu/sims/html/energy-forms-and-changes/latest/energy-forms-and-changes_pt_BR.html. Acesso em: 18/03/2021.

Podemos ver que existem diversos recursos tecnológicos disponíveis para potencializar o ensino e a aprendizagem dentro da proposta das Metodologias Ativas. Enquanto alguns aplicativos são pagos, tais como o *Microsoft Teams*, outros são gratuitos e de acesso livre, tais como o *Moodle* e o *Phet Simulations*. Convém apontar que a escolha e utilização das diversas TICs existentes devem ser feitas baseados na realidade da comunidade escolar, de forma a democratizar o acesso ao conhecimento pelos estudantes.

Experiências de Ciências, em sala de aula, no Ensino Fundamental II

Séries 6° e 7° anos

É crescente o reconhecimento da importância da alfabetização científica e tecnológica atribuída ao ensino de Ciências, tendo em vista,

inclusive, as reformas educativas que contemplam essa educação científica como uma das suas principais finalidades (CACHAPUZ et al., 2005).

A renovação do ensino de Ciências tem sido tema de discussão há um bom tempo, como na Conferência Mundial de Ciência em Budapeste (1999), onde se declarava que:

> Para que um país esteja em condições de satisfazer as necessidades fundamentadas da sua população, o ensino das ciências e a tecnologia é um imperativo estratégico. Como parte dessa educação científica e tecnológica, os estudantes deveriam aprender a resolver problemas concretos e a satisfazer as necessidades da sociedade, utilizando as suas competências e conhecimentos científicos e tecnológicos (CACHAPUZ et al., 2005).

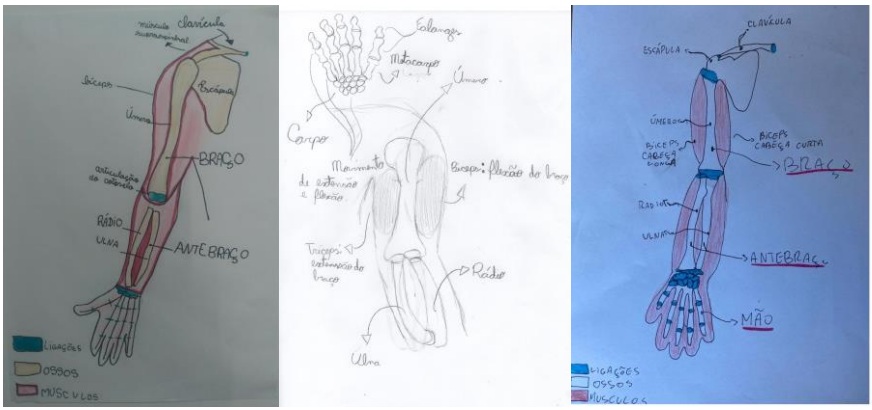
Desse modo, com o objetivo de desenvolver as competências e habilidades previstas na Base Comum Curricular (BNCC) e promover a investigação científica, assentado em processos significativos para o aluno, foi desenvolvido um projeto entre as disciplinas de Ciências da Natureza e Expressão Corporal, com a coorientação da Professora Márcia Cristina Reis de Araújo. Em razão da pandemia, esse trabalho foi desenvolvido de forma remota, mas buscando a interação virtual entre os alunos.

Na disciplina de Expressão Corporal, os alunos realizaram uma atividade denominada “Telefone sem fio do Movimento”, na qual um aluno gravou um vídeo de um movimento criado por ele e encaminhou para o colega do grupo. O aluno que recebeu o vídeo deveria reproduzir e filmar o movimento para envio ao próximo colega. Essa sequência se repetiu, sucessivamente, até chegar ao quarto e último colega. No final da atividade, analisaram os vídeos de cada integrante desta dinâmica e identificaram as mudanças nos movimentos ao longo do processo até chegar no último aluno do grupo.

Essa sequência de movimentos gravados em vídeos pelos alunos de cada grupo foi disponibilizada para a professora de Ciências, que trabalhou com os alunos o sistema de alavancas através do corpo. Dessa forma, os alunos elaboraram a problemática: Como nos movimentamos?

Após discussão acerca da pergunta, foi proposto que os alunos analisassem o movimento feito por eles e investigassem quais eram as partes do corpo envolvidas na realização do mesmo. O objetivo era fazer com que o aluno deduzisse que o movimento, em sua estrutura e sustentação, resulta da interação entre os sistemas esquelético, articular, muscular e nervoso. Para representar as descobertas, os alunos desenharam o sistema de alavancas analisado por eles.

Figura 3 - Sequência de fotos dos trabalhos dos alunos, os quais identificam as partes dos sistemas esquelético e muscular envolvidas na atividade “Telefone sem fio do movimento.”



Fonte: os autores.

Essa foi uma das atividades trabalhadas com os alunos do 6° e 7° ano em 2020, e mesmo em um formato remoto, eles conseguiram desenvolver autonomia para argumentar, criar e analisar processos através de propostas práticas e investigativas.

Séries 8º e 9º anos

A diversificação e a inovação das práticas pedagógicas aplicadas em sala de aula são fundamentais no estímulo à participação dos alunos como sujeitos ativos no processo de ensino-aprendizagem, assim como preconizado a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), homologada em dezembro/2017, no qual se descreve o ensino de astronomia dentro da unidade temática Terra e Universo, objetivando o entendimento dos corpos celestes (composição, localização, dimensão, movimento e forças) no Ensino Fundamental II.

A escola tem uma proposta pedagógica inovadora, pensada no estudante, com incentivos aos professores a trabalharem com "perguntas", e os estudantes com "respostas". É assim que serão discutidas algumas práticas desenvolvidas em sala de aula e online com os estudantes do 8º e 9º anos.

Os conteúdos foram divididos da seguinte forma: no 8º ano abordou-se a construção de modelos para observação e como interferem em eventos meteorológicos, e no 9º ano sobre a descrição e estrutura do Sistema Solar, Estrutura do Universo, além de características dos planetas e as distâncias e

os tempos envolvidos em viagens interplanetárias e interestelares (BRASIL, 2017).

Iniciamos o ano de 2020 com o conteúdo de astronomia, um “mimo” para todos, afinal o universo é ainda um mistério e gera muita curiosidade. Iniciamos com um *Brainstorm*, uma chuva de palavras sobre "o que sabemos sobre isso; "o que ainda não sabemos" e "o que mais gostaríamos de saber", a partir das ideias geramos uma problemática "pergunta", um PBL (Aprendizagem Baseada em Problema). Cada grupo gerou a sua a respeito do Sistema Solar e dos planetas. A problemática que predominou foi: o que tem lá? Por que eles não se chocam, caem? tem vida em outro planeta?

Contextualizamos juntos sobre a Ciência Astronômica, como uma das mais antigas, na qual culturas pré-históricas deixaram registradas vários artefatos astronômicos como, por exemplo, os *Stonehenge*, os *Montes de Newgrange* e os *Menires*. De acordo com MILONE, et al. (p. 17, 2018):

> O desenvolvimento da escrita e, posteriormente, o da matemática foram essenciais para o crescimento cultural e científico das primeiras civilizações, inclusive no campo da Astronomia. Certamente, a Astronomia é uma das ciências mais antigas da Humanidade.

Como já citado neste trabalho, a astronomia é uma ciência natural que estuda corpos celestes (estrelas, planetas, cometas, nebulosas, aglomerados de estrelas, galáxia) e fenômenos que se originam fora da atmosfera da Terra (radiação cósmica de fundo e, micro-ondas). Ela também se preocupa com a evolução, a física, a química e o movimento de objetos celestes, bem como a formação e o desenvolvimento do universo. Esta é “a Astrobiologia, uma área recente de pesquisa científica que estuda a vida no Universo, em conexão com o ambiente astronômico: sua origem, distribuição, evolução e futuro" (IAG, 2021). A mediação do conteúdo deu-se conforme a explanação a ser apresentada nos próximos parágrafos.

Explorando o Sistema Solar temos dois grupos de planetas: planetas rochosos e que ficam mais próximos ao sol: Mercúrio, Vênus, Terra e Marte. E os planetas gasosos: Júpiter, Saturno, Urano e Netuno. Surgiu a pergunta: e o Plutão? Gerou-se aqui mais uma pergunta: O que se transformou Plutão? chuva de ideias...pesquisas...e, em equipe, exposição das opiniões. Esse planeta é agora um planetoide, muito pequeno e a existência de muita poeira ao seu redor, sem nenhum satélite natural, gerou sua reclassificação.

Vamos imaginar a distância do Sol para a Terra sabendo-se que a luz do Sol leva 8,5 minutos para atingir nosso planeta. Sabendo-se que a velocidade da luz é de 1.079.252.848,8 km/h ou 299.792,4 km/s. Todos animados vamos dimensionar os tamanhos dos planetas em relação ao Sol e

suas distâncias. Calculamos as distâncias entre todos os planetas do nosso sistema solar, e iniciamos a confecção do sol e dos planetas na escala proporcional, estava ficando maravilhoso e todos estavam espantados com o tamanho da Terra em relação ao sol - verdade nosso planeta é muito pequenininho.

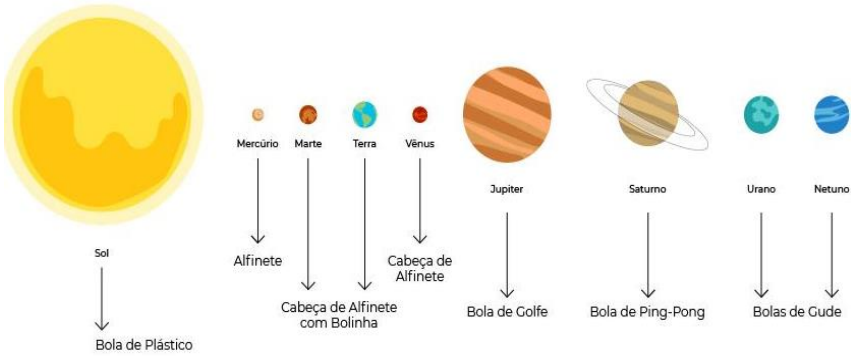
O Quadro 1 apresenta os dados coletados pelos alunos, para a construção dos planetas, e foram pesquisados e recalculados por eles, gerou-se muito aprendizado, discussão e debates sobre essas distâncias e as dimensões dos planetas e da Estrela Sol.

Quadro 1: Mostram os valores utilizados para a construção dos planetas e do sol no modelo tridimensional, com escala de tamanho e distâncias equivalentes.

Astro	Perímetro (cm)	Distância do Sol (cm)	Diâmetro (cm)	Raio equatorial (km)	Distância do Sol (km)	Diâmetro (km)
Mercúrio	$1{,}5.10^{9}$	$5{,}8.10^{12}$	$4{,}87.10^{8}$	2.439	$5{,}791.10^{7}$	4.879
Vênus	$3{,}8.10^{9}$	$10{,}8.10^{12}$	$12{,}10.10^{8}$	6.051	$1{,}082.10^{8}$	12.104
Terra	$4{,}0.10^{9}$	$14{,}9.10^{12}$	$12{,}76.10^{8}$	6.371	$1{,}496.10^{8}$	12.756
Marte	$2{,}1.10^{9}$	$22{,}8.10^{12}$	$6{,}79.10^{8}$	3.389	$2{,}2794.10^{8}$	6.792
Júpiter	$44{,}9.10^{9}$	$77{,}8.10^{12}$	$142{,}98.10^{8}$	69.911	$7{,}7833.10^{8}$	142.984
Saturno	$37{,}8.10^{9}$	$142{,}9.10^{12}$	$120{,}53.10^{8}$	58.232	$1{,}4294.10^{9}$	120.536
Urano	$1{,}6.10^{9}$	$287{,}1.10^{12}$	$51{,}11.10^{8}$	25.362	$2{,}87099.10^{79}$	51.118
Netuno	$1{,}5.10^{9}$	$450{,}4.10^{12}$	$49{,}52.10^{8}$	24.622	$4{,}5043.10^{9}$	49.528
Sol	$437{,}9.10^{9}$		$1.394.10^{8}$	696.340		$1{,}392.10^{6}$

Fonte: os autores, 2020; *NASA, Disponível em: www.nasa.gov. Acesso em: 2020.

Figura 4 - Esquema do Sistema solar com os indicadores de escala.



Fonte: Planetas autores, 2021; objetos adaptados para escala de BRETONES, 2014.

A matemática estará atrelada aos conceitos de ciências, entre outros conteúdos, como o cálculo do perímetro, que é o contorno dos lados de uma figura, então, em um quadrado tem-se 4 lados, por isso o perímetro é a soma dos 4 lados. No caso de uma circunferência, há o lado de dentro e o lado de fora, e, para calcular o perímetro de uma circunferência é o mesmo que calcular o seu comprimento, pois circunferência nada mais é do que uma linha fechada e a distância entre o centro e a extremidade é uma constante (raio). Esse foi um dos caminhos para a confecção dos planetas. Com os dados obtidos no Quadro 1, foram construídas as maquetes com os planetas do nosso Sistema Solar.

Para a construção, foram utilizados jornais, barbantes, balão, fita crepe, tesoura, pincel e guache. A organização dos planetas deveria ter seguido o esquema da Figura 6, em frente ao Sol de acordo com as informações obtidas em sua pesquisa.

Abaixo algumas fotos da atividade "*Construindo Nosso Sistema Solar*", realizada durante os meses de fevereiro e março de 2020, momento quando surgiu a pandemia e ocorreu a suspensão das atividades presenciais. Acreditamos que nosso objetivo foi atingido.

Figura 5 - Sequência de imagens mostrando a atividade de construção dos planetas pelos alunos em sala de aula.

Fonte: os autores.

Figura 6 - Alunos calculando perímetro e distâncias entre os planetas.

Fonte: os autores.

Inesperadamente veio a pandemia e a interrupção das aulas presenciais, não deu tempo de finalizarmos o Sistema Solar de cada equipe, mas continuamos com o conteúdo de forma remota. Seguimos com atividades que eles poderiam fazer em sua casa: observação do Céu, da Lua, das Estrelas e dos Planetas. A ideia foi utilizar a Lua, cuja localização no espaço celeste é mais fácil, como guia para o reconhecimento do céu e a observação dos planetas a olho nu. Foi observado o movimento da Lua, registrando sua localização com um referencial (janela, muro…), para que sua movimentação seja mais bem percebida. Claro que vários empecilhos foram levantados, tipo, não vejo direito na minha janela, o céu está nublado, entretanto, alguns tiveram sucesso e conseguiram registrar a Lua se locomovendo.

Finalizamos perguntando: *"Por que os planetas são de cores diferentes?"* Foram argumentados várias teorias pelos estudantes, como: devido a atmosfera deles, das rochas, etc. então pesquisaram e descreveram

suas cores e os motivos: Mercúrio - cor cinza, devido sua superfície rochosa; Vênus - amarelo e branco, devido às densas nuvens de ácido sulfúrico; Terra - azul claro devido aos oceanos e atmosfera; Marte - vermelho e laranja devido a presença de óxido de ferro no solo; Júpiter - laranja com listras brancas, devido as nuvens de hidrossulfeto de amônio; Urano - azul clarinho, devido as nuvens de metano; Netuno - azul claro, devido nuvens de metano. Alguns perguntaram, mas e Plutão? O planeta anão Plutão é marrom claro devido ao metano sujo congelado e a sua superfície rochosa.

A metodologia STEAM nas séries finais do Ensino Fundamental II

Uma forma diferente de abordar as questões fundamentais das Ciências Naturais em sala de aula é a partir do *STEAM*, sigla em inglês que se refere às áreas da Ciência (*science*), Tecnologia (*technology*), Engenharia (*engineering*), Arte (*art*) e Matemática (*mathematics*), respectivamente. Trata-se, portanto, de encarar o ensino de ciências a partir de uma outra ótica, mais articulada e transdisciplinar.

A sigla - até pouco tempo denominada apenas STEM - remonta à época do período da Guerra Fria, quando estudos voltados para as áreas técnico-científicas passaram a ser fortemente financiados devido à corrida espacial (MENEZES, 2020). Já no campo da educação, o STEAM *education* surgiu na década de 1990 nos Estados Unidos (EUA), ganhando destaque também no Reino Unido e na Austrália (PUGLIESE, 2017). No Brasil, por sua vez, o movimento apareceu apenas mais tarde e, apesar de ainda precisar percorrer um longo caminho, passou a ganhar destaque nas salas de aula nos últimos anos, principalmente após livros sobre a temática terem sido aprovados para o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2021.

De forma geral, não há um consenso sobre a definição do STEAM *education*, no entanto, há, claramente, influências do movimento *maker* e da Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP), a qual caracteriza-se por ser uma metodologia ativa que abarca em si elementos como: a presença de uma pergunta a ser respondida, uma série de passos para a investigação de um conceito científico, produção manual (normalmente um artefato final) e a divulgação do projeto vivenciado pelos estudantes (BACICH; HOLANDA, 2020).

Sendo assim, o interesse pelo acrônimo se deve, principalmente, às habilidades trabalhadas ao longo do desenvolvimento da ABP, as quais perpassam a criatividade, a cooperação, o desenvolvimento do senso crítico, a resolução de problemas, a comunicação, autogestão e responsabilidade. Tendo isso em mente, vale destacar algumas experiências de *STEAM*

education realizadas com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental durante o ano de 2020.

Um dos projetos, cujo título foi “Um passeio pelas civilizações", teve como ponto de partida o conceito de tecnologia presente no acrônimo *STEAM*. Nele, os estudantes foram desafiados a refletir sobre a definição e origem da tecnologia a partir da exploração de técnicas utilizadas desde as primeiras civilizações humanas. Para isso, os alunos foram divididos em grupos e escolheram, em conjunto, um artefato para pesquisarem, entenderem o funcionamento, construírem uma réplica e responderem a seguinte pergunta: “Como as tecnologias das antigas civilizações influenciam a vida atual?”.

Ao longo do desenvolvimento do projeto, surgiram momentos oportunos para a discussão de habilidades propostas pela BNCC (Quadro 3). Não o bastante, o trabalho favoreceu o desenvolvimento de habilidades relacionadas aos campos da engenharia - tais como análise e resolução de problemas - e comunicação, a partir da produção de um relatório de divulgação, que teve por objetivo evidenciar o histórico do artefato escolhido, bem como a metodologia utilizada para a confecção da réplica e os mecanismos científicos por trás da investigação.

Quadro 2 - Relação dos artefatos produzidos pelos grupos durante o projeto “Um passeio pelas civilizações” e suas respectivas associações com a BNCC.

Artefato	**Habilidades (BNCC)**
Relógio de Sol	**(EF06CI14)** Inferir que as mudanças na sombra de uma vara (gnômon) ao longo do dia em diferentes períodos do ano são uma evidência dos movimentos relativos entre a Terra e o Sol, que podem ser explicados por meio dos movimentos de rotação e translação da Terra e da inclinação de seu eixo de rotação em relação ao plano de sua órbita em torno do Sol.
Bússola	**(EF09CI15)** Relacionar diferentes leituras do céu e explicações sobre a origem da Terra, do Sol ou do Sistema Solar às necessidades de distintas culturas (agricultura, caça, mito, orientação espacial e temporal etc.).

Artefato	Habilidades (BNCC)
Roda d'água	**(EF08CI06)** Discutir e avaliar usinas de geração de energia elétrica (termelétricas, hidrelétricas, eólicas etc.), suas semelhanças e diferenças, seus impactos socioambientais, e como essa energia chega e é usada em sua cidade, comunidade, casa ou escola.
Pirâmide egípcia	**(EF06MA17)** Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
Sifão	**(EF06CI03)** Selecionar métodos mais adequados para a separação de diferentes sistemas heterogêneos a partir da identificação de processos de separação de materiais (como a produção de sal de cozinha, a destilação de petróleo, entre outros).
Alavanca e polia	**(EF07CI01)** Discutir a aplicação, ao longo da história, das máquinas simples e propor soluções e invenções para a realização de tarefas mecânicas cotidianas.
Astrolábio	**(EF06MA25)** Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.
Irrigação egípcia e chinampas	**(EF06GE10)** Explicar as diferentes formas de uso do solo (rotação de terras, terraceamento, aterros etc.) e de apropriação dos recursos hídricos (sistema de irrigação, tratamento e redes de distribuição), bem como suas vantagens e desvantagens em diferentes épocas e lugares.

Fonte: Autores (2021).

Esse foi apenas um exemplo de projeto *STEAM* desenvolvido ao longo do ano de 2020 com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. Nota-se que, apesar dos desafios impostos pela nova realidade de ensino remoto, foi possível implementar práticas de *STEAM education*, as quais foram respaldadas, inclusive, pelas próprias habilidades da BNCC. Sendo assim, estende-se o convite para que se pense - e faça - um ensino de

ciências pautado em um novo olhar: uma aprendizagem transdisciplinar, autônoma, criativa e investigativa.

Referências

BACICH, Lilian; HOLANDA, Leandro. STEAM: integrando as áreas para desenvolver competências. In: BACICH, L; HOLANDA, L. (Org). **STEAM em sala de aula.** Porto Alegre: Penso, 2020. p. 1-12.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2017.

BRETONES, P.S. **Atividade Didática de Astronomia em Escolas Municipais**. p. 419, cap. 20. IN: LONGHINI, M.D. org. Ensino de astronomia na escola: concepções, ideias e práticas. Campinas, SP: Átomo, 2014.

CACHAPUZ, A. et al. Necessária renovação do ensino das Ciências. São Paulo: Cortez, 2005.

COHEN, Elizabeth G.; LOTAN Rachel A. **Planejando o trabalho em grupo**: estratégias para salas de aula heterogêneas. 3ª. ed. Porto Alegre: Penso, 2017.

FREIRE, Paulo; FAUNDEZ, Antônio. **Por uma pedagogia da pergunta**. 4ª. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998.

IAG (Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosférica). Disponível em: https://www.iag.usp.br/astronomia/linhapesquisa/astrobiologia. Acesso em: 06 mar. 2021.

MENEZES, Luiz Carlos. Apresentação. In: BACICH, L; HOLANDA, L. (Org). **STEAM em sala de aula.** Porto Alegre: Penso, 2020.

MILONE, A.C. et al. **Introdução à Astronomia e Astrofísica**. INPE São José dos Campos. p.17, 2018. Disponível em: http://www.inpe.br/ciaa2018/arquivos/pdfs/apostila_completa_2018.pdf. Acesso em: 20 mar. 2021.

PUGLIESE, Gustavo Oliveira. **Os modelos pedagógicos de ensino de ciências em dois programas educacionais baseados em STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics)**. 2017. 132 f. Dissertação (Mestrado em Genética e Biologia Molecular), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2017.

Química e História: uma introdução sobre a possibilidade de integração de conhecimentos

Marcos Antonino Callegari[30]

William Luís de Campos Carvalho[31]

Construindo o conhecimento histórico

Para iniciarmos a construção do conhecimento histórico, se faz necessário entender a definição ou o significado da palavra história. Esta, segundo a sua origem na antiga Grécia, está atrelada aos termos "investigação" e "pesquisa", a partir desses conceitos, várias são as definições encontradas, no cotidiano escolar por exemplo. Quando um professor vai fazer uma sondagem sobre a compreensão dos alunos sobre "o que é história?" muitas serão as possibilidades de resposta, mas comumente poderá ser ouvido que história conta sobre o passado, ou que trata dos assuntos do passado. Quase nunca ouvimos a definição que a história é uma ciência que tem por determinação investigar o passado da humanidade e todo seu processo de evolução. De fato, a história é uma ciência, pois possui um objeto de estudo, um método para realizar tal análise e tem como grande missão relatar de forma mais fidedigna sobre o mesmo, mais do que contar o fato, se faz necessário problematizar, ou seja, mostrar o porquê aconteceu.

A história e o tempo possuem uma relação de extrema importância já que através dele é que podemos determinar o que foi feito ou realizado. Ao longo da história o homem pensou ou tentou de diferentes maneiras medir o tempo. A sua contagem pode ser determinada historicamente de três maneiras: o tempo da natureza, que é imensurável e o percebemos através das estações do ano, a passagem do dia e da noite, etc.; temos, também, o tempo cronológico, que de uma maneira mais determinada pode ser assistido, como exemplo temos o calendário e o relógio; e há ainda, o tempo

[30] Mestrando no Programa de Mestrado Profissional em Química em Rede (PROFQUI), pela UNESP – Araraquara. Especialista em Tecnologias na Aprendizagem (SENAC) e Licenciado em Química (UNIMEP). Professor no IFSP – campus Itapetininga. E-mail: marcoscallegari@ifsp.edu.br

31 Especialização em Psicopedagogia (ANHANGUERA), Licenciado em História (UEM) e Pedagogia (UNIMES). Professor de História de Ensino Fundamental e Médio em Piracicaba. E-mail: william.luis.carv@gmail.com

histórico que se torna perceptível quando, através da pesquisa e investigação, relata a mudança ou a permanência dos acontecimentos.

Escrever a história é debruçar sobre a pesquisa e investigação de vestígios históricos deixados pelo homem ao viver em seu determinado tempo, concretizando a sua existência. Esses vestígios são conhecidos como fontes históricas e as mesmas estão divididas em fontes materiais ou imateriais. As fontes materiais, são aquelas que podemos ver, tocar ou sentir, tais como documentos escritos, fotografias e esculturas. As fontes imateriais, de maneira muito objetiva, são aquelas que não podemos pegar, mas possuem grande valor cultural já que relatam hábitos e tradições de vários povos, um belo exemplo são as festas regionais e a capoeira por exemplo.

A concretização do trabalho histórico feita pelo historiador inicia-se com a delimitação temporal e também temática. Buscar e organizar as fontes históricas é um passo de extrema importância para que as definições tenham autenticidade. Notoriamente é preciso lembrar que tudo é interpretação e a partir da subjetividade ou objetividade das mesmas é que surgem as hipóteses ou versões do conhecimento estudado. Sendo assim, o conhecimento histórico se mantém em produção constante.

Essa introdução se faz necessária para compreendermos que a história não se limita a apenas pinceladas de acontecimentos, mas possui uma relação forte com os desdobramentos e como isso afeta a sociedade. Logo, não se deve apenas memorizar datas ou nomes, mas avaliar de forma ampla como esses marcos históricos influenciam a vida das pessoas. Muitos desses momentos se relacionam com o desenvolvimento ou descoberta de substâncias que afetam a vida do ser humano. Este trabalho busca encontrar caminhos para trabalhar, na Educação Básica, com essas relações, trazendo paralelos entre o conhecimento histórico e o desenvolvimento da química.

Algumas substâncias influenciando a história

Embora a organização do conhecimento químico comece seguindo processos de experimentação sistematizados a partir do século XVIII, com o francês Antoine Lavoisier, são diversas as substâncias e elementos conhecidos pela humanidade até aquele momento. Algumas são utilizadas desde o Egito antigo, como as dos processos de mumificação. Outra substância conhecida na época era o ácido salicílico, obtido da folha do salgueiro, usado para o tratamento de inflamações e dores que foi descrito no Papiro de Ebers (1850 a.C.) e também por Hipócrates (400 a.C.), na Grécia. Modernamente, em 1897, Hoffman, desenvolve o ácido acetilsalicílico, lançado pela empresa Bayer em 1899 sob o nome de

Aspirina (BLOBAUM; MARNETT, 2007), revolucionando a indústria farmacêutica. A partir desse momento, surge, de fato, a produção de medicamentos em larga escala.

Com isso, há um incremento enorme na pesquisa e produção de novas drogas. Uma molécula em especial chama a atenção: a penicilina. A substância descoberta por Alexander Fleming, em 1928, permite o combate eficaz de infecções causadas por bactérias. Mais que um mero medicamento, sua produção foi crucial para o desenrolar do maior conflito bélico da humanidade: a Segunda Guerra Mundial. Sendo amplamente utilizada pelos exércitos aliados - Estados Unidos da América (EUA) e Reino Unido, em destaque - permitiu que os soldados feridos em combate não contraíssem infecções e retornassem ao *front*. Outra consequência é o incremento na pesquisa de novos antimicrobianos, o que permite um salto gigantesco na expectativa de vida, com cada vez menos pessoas falecendo em decorrência das mais diversas doenças provenientes de microrganismos (PEREIRA; PITA, 2005).

Ainda pensando no desenvolvimento da indústria farmacêutica, podemos discutir os hormônios sintéticos. Eles não são apenas voltados para a melhora da qualidade de vida das pessoas com alguma deficiência destas substâncias, como os diabéticos e a necessidade da insulina. Mas possuem outra aplicação: os anticoncepcionais. Como destaca Poli (2011), ao permitir o controle da fertilidade, a mulher passa a ocupar os espaços tidos como tipicamente masculinos, competindo no mercado de trabalho e modificando a estrutura familiar.

Se voltarmos, novamente, no tempo, podemos falar de duas moléculas que mudam radicalmente dois continentes a partir da chegada de Colombo nas Américas. Estamos nos referindo à sacarose e à celulose. A incrível demanda europeia por açúcar (composto basicamente por sacarose), a partir do século XVII e incrementada no século XVIII, traz reflexos que perduram em nossa sociedade até hoje. As grandes áreas de lavoura de cana-de-açúcar estimulam o cruel tráfico de escravos africanos, pois eram utilizados como mão-de-obra barata para garantir a produção. Estima-se que cerca de 50 milhões de africanos foram trazidos para essas lavouras (LE COUTEUR; BURRESON, 2006).

O comércio de açúcar forneceu capital necessário para o início da Revolução Industrial na Inglaterra, ao final do século XVIII. Mas, é ao longo do século XIX que se intensifica o uso do algodão nas manufaturas têxteis. Novamente, há necessidade de grandes lavouras para o cultivo. Dessa forma, outra molécula tem participação na tragédia da escravidão africana: a celulose. Embora os ingleses tivessem abolido o tráfico de escravos em 1807, não se fizeram de rogados em usar matéria-prima importada de locais

onde havia a produção feita por cativos. Dados mostram que entre 1840 e 1860 o número de negros escravizados nos EUA saltou de 1,5 milhões para 4,0 milhões. Além disso, o algodão representava, na época, dois terços das exportações deste país. (LE COUTEUR; BURRESON, 2006). É inegável o quanto esse processo migratório forçado e desumano influencia a sociedade atual, com as inúmeras questões raciais em voga, além das desigualdades econômicas e sociais que se nota na Europa e EUA, frente a América Latina e, mais perversamente ainda, na África.

Como podemos ver, são vários os exemplos possíveis de relações históricas com diversas substâncias. A busca pelas mais diferentes moléculas causou guerras, disputas industriais, enfim, influenciou diretamente na sociedade, refletindo até os dias de hoje. Mais que simples fatos tratados como meras curiosidades, a conexão da história com a química é intrínseca. Não podemos desconsiderar a influência das diferentes substâncias no desenrolar dos fatos. Devemos, acima de tudo, interpretar como o nosso presente foi alterado por elas. Relacionar interdisciplinarmente os conhecimentos é fundamental para trazermos a autonomia tão almejada para nossos estudantes.

Uma breve discussão sobre a integração de conhecimentos

Ao adentrar na escola de nível fundamental, as crianças (agora alunos) passam a sair de um espaço de brincadeiras e entrar em um ambiente disciplinar (como sinônimo de domar, ordenar, controlar). Motta (2011) faz um panorama triste dessa transição de etapas, onde começam a ser impostas travas e regramentos (explícitos ou não), como a observância ao silêncio e as carteiras enfileiradas. Desde muito cedo, se impõe a necessidade de preencher o tempo com atividades que vão minando as capacidades criativas e pouco se questiona aquilo que lhes é ensinado. Não se estimula a cooperação, mas se atribui ao comportamento de obediência. Destarte, "disciplinaridade é o elemento articulador entre as práticas e o currículo; através dela se dão as operações de docilização dos corpos infantis e a organização dos saberes em disciplinas." (MOTTA, 2011, p. 165)

Dentro dessa perspectiva rígida, disciplinadora e de organização se compartimentaliza o conhecimento. Há a aula de Língua Portuguesa, de Matemática, de Ciências, como se fossem pequenas caixas e fechadas nelas, sem qualquer correlação. Isso se aprofunda ao longo da vida escolar, surgindo novas disciplinas (definindo aqui como área do conhecimento científico) e novas caixas aparecem, aparentemente independentes e não correlacionadas. Novamente, outras fronteiras são criadas e a permissão para a troca de informações é cada vez menor.

Leis (2006) nos mostra que desde os gregos até os pensadores renascentistas e clássicos, como Galileu, não havia problemas em compartilhar os conhecimentos, de tal forma que:

> As premissas básicas do conhecimento científico eram comuns e os estudiosos de um ou outro objeto podiam conversar e trocar ideias de forma produtiva. Embora, obviamente existisse uma especialização em torno de cada objeto, a mesma não estabelecia qualquer exclusão ou desinteresse recíproco entre os pesquisadores (LEIS, 2006, p. 3).

Mas, isso é radicalmente alterado com a crescente departamentalização do conhecimento, primeiro nas universidades e, consequentemente, na escola básica. Há sempre uma tentativa de encontrar fronteiras e definições, que acabam por buscar uma única resposta como verdadeira. Essa falsa premissa impede uma análise mais ampla, interpretativa e crítica. Ao pensarmos de forma desconexa e desagregada, só conseguimos ver uma parte de questões que demandam uma análise ampla e conjunta.

Como bem ressalta Pombo (2005), corremos o risco de uma esterilidade nas ciências, especialmente porque se quebra um paradigma: o todo é a soma das partes. Como bem ressalta a autora, ao contrário do currículo comum das escolas, raramente as grandes áreas do conhecimento trabalham isoladamente, sempre há áreas de interface entre elas, tornando-as dependentes umas das outras. Dessa forma, urge a necessidade de o conhecimento ser interdisciplinar e menos fragmentado. As questões que envolvem os problemas climáticos, o surgimento de novas doenças e a violência, por exemplo, não podem ser tratadas em pequenas caixas, mas exigem a complexidade que envolve situações amplas. Há correlação entre as áreas e o ensino atual determina que tais assuntos sejam discutidos de forma ampla, sob pena de não enxergar o todo, mas apenas partes desconexas e sem sentido.

Mais ainda, não só devemos tratar as diversas ciências como isoladas do cotidiano e sem consequências para a vida do educando. Como nos lembra Araújo (2009, p.83), quem nos ensina que:

> A ciência é entendida como uma construção social, o que não significa que ela seja 'irracional', e sim que sua produção e resultados estão inseridos na estrutura social como as demais ações humanas estando sujeitas a interesses, conflitos e contradições comuns a qualquer atividade social.

Temos, portanto, que é fundamental a integração entre as mais diversas áreas do conhecimento. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) já prevê isso quando diz que:

> Em lugar de pretender que os jovens apenas aprendam o que já sabemos, o mundo deve lhes ser apresentado como campo aberto para investigação e intervenção quanto a seus aspectos sociais, produtivos, ambientais e culturais. Desse modo, a escola os convoca a assumir responsabilidades para equacionar e resolver questões legadas pelas gerações anteriores, valorizando o esforço dos que os precederam e abrindo-se criativamente para o novo. (BRASIL, 2018, p. 463)

Logo, avaliar os conhecimentos científicos sob uma ótica voltada para a sociedade e sua estrutura é fundamental para compreendermos como chegamos ao nosso cenário atual. A ciência não pode ser entendida como uma entidade neutra, pois suas descobertas impactam todo o planeta, sejam nas vidas das pessoas, mas também no meio-ambiente. Dessa forma,

> Contextualizar o conhecimento no seu próprio processo de produção é criar condições para que o aluno experimente a curiosidade, o encantamento da descoberta e a satisfação de construir o conhecimento com autonomia, construir uma visão de mundo e um projeto com identidade própria. (WARTHA; FAJONI-ALÁRIO, 2005).

Mais que criar uma identidade própria, ao estabelecermos contextos e correlações o aluno passa a ter espírito crítico e questionador dos fatos. Esse sujeito passa a ver um universo muito mais amplo, especialmente diante das inúmeras informações imprecisas que a mídia propaga. Ao formarmos o cidadão crítico, ele consegue superar as fronteiras que as áreas do conhecimento impõem atualmente e se encontra preparado para participar e se posicionar frente aos problemas da sociedade.

Integrando química e história: possíveis dinâmicas de trabalho

Para trabalhar química e história, a integração mais óbvia é o uso da datação de fósseis e outros objetos da antiguidade por meio do Carbono-14. Essa sobreposição de conteúdos é importante, pois mostra claramente que o desenvolvimento do estudo do núcleo atômico permite, também, o avanço e melhor compreensão dos fatos históricos. Entretanto, gostaríamos de ir além, mostrando como a radioatividade será fundamental para a sociedade atual. O contexto da Guerra Fria, o equilíbrio de poderes, o avanço da

medicina, isótopos instáveis, fissão e fusão nuclear são fatos intimamente relacionados. A seguir, elencaremos algumas outras possibilidades.

Os roteiros de estudos iniciais em química tratam da formação da matéria e suas propriedades. Especialmente, se tratam das propriedades físicas das substâncias e as diferenças entre fenômenos físicos e químicos. Em paralelo, os estudos relacionados à história começam pelo surgimento de povos nômades e essencialmente extrativistas, que, posteriormente, se organizam e estabelecem civilizações organizadas, especialmente na região do Crescente Fértil. Aqui os conteúdos se interseccionam no sentido de mostrar como que o ser humano começa a dominar as propriedades das substâncias para si, fundindo metais, utilizando o fogo (reações de combustão), dentre outras questões básicas que irão formar o pensamento químico.

Se seguirmos para os estudos das sociedades grega e romanas temos uma organização do pensamento ocidental. Não obstante, também surgem as primeiras concepções de elementos químicos e formação da matéria. Nomes como Demócrito de Abdera e Aristóteles buscam explicações, que, para a época, eram complexas e perduraram durante quase dois milênios (a concepção aristotélica, em especial). Logo, trabalhar esse olhar crítico permite que o professor de Química explore modelos atômicos mais complexos, enquanto o professor de História pode discutir a sistematização do conhecimento e a influência dos gregos no desenvolvimento do mundo ocidental.

Já Paracelso e outros alquimistas podem se encaixar nos estudos da Idade Média, onde sabidamente algumas substâncias eram conhecidas, permitindo o trabalho com os conceitos de ácidos, bases e sais. Algumas dessas substâncias permitiram um avanço bélico importante, com o desenvolvimento da pólvora, de origem chinesa. A pólvora passa a ter um papel importante nos exércitos, permitindo a manufatura de armas e canhões, modificando o *front* de batalha. Essa modificação também altera o cenário político, gerando um desbalanço brutal em relação aos povos que não possuíam recursos para um confronto desse nível. Isso pode explicar, em certa forma, como os ameríndios foram dominados pelos europeus.

O início da era contemporânea também coincide com o avanço dos estudos da química como um todo. Lavoisier, considerado o pai da química moderna, participou ativamente da comunidade científica na França, essa ainda como monarquia absolutista. Foi um coletor de impostos e teve papel ativo na política, chegando à presidência da Academia Francesa de Ciências. Com a Queda da Bastilha (FABRÍCIO; GUIMARÃES, 2012), foi perseguido e decapitado. Aqui o método científico pode ser tratado em maiores detalhes, assim como o efeito da química na sociedade moderna,

que se desenvolve junto a uma mudança de regime social importante, com os princípios tratados na Revolução Francesa.

Até a escala de pH, por muitas vezes apenas relacionada como uma medida de acidez, que tem sua origem no início do século XX, com Sörensen (GAMA; AFONSO, 2007), pode ser trazida para um contexto histórico mais abrangente. Aqui, especificamente, havia a necessidade de o cientista controlar a acidez da produção de cerveja, que se expandia rapidamente. Como discutimos anteriormente, a história se baseia no conhecimento do contexto do fato. Nesse caso, a necessidade de Sörensen se encontra junto a expansão da produção industrial e do capital, baseando-se no modelo fordista. Logo, o produto entregue deve obedecer a um padrão de qualidade, sendo necessários meios adicionais de controle.

Os casos citados, conforme já observamos, são apenas alguns exemplos de possíveis temáticas a serem trabalhados em sala de aula. Evidentemente, dada a limitação do espaço, não é possível fazer um aprofundamento detalhado de cada proposta. De toda forma, abre-se um espaço para maior pesquisa e aplicação dessas dinâmicas.

Uma reflexão final

Não se espera que este artigo seja uma discussão final, mas sim introdução a uma discussão mais ampla da necessária integração entre as disciplinas. Por muitas vezes, os fatos históricos são tratados como pequenas efemérides nas aulas de Química, deixando de lado o fundamental contexto e as implicações na sociedade como um todo. Também, por muitas vezes, ignoramos o papel de diversas substâncias no desenvolvimento da humanidade, como sendo meros acessórios. Gostaríamos de demonstrar que são possíveis as interações de dinâmicas que envolvam as diversas áreas do conhecimento. Essa discussão é muito mais ampla, pois demanda, também, mudanças em escala que ultrapassam as fronteiras da sala de aula, como a organização de currículos escolares mais adequados para uma perspectiva interdisciplinar. Ainda, também se faz necessária a discussão da formação de professores para tal tarefa. Como discutimos anteriormente, a academia tende a departamentalizar o conhecimento e a escola muito se espelha nisso.

Buscamos, aqui, mostrar que é possível integrar duas áreas que possuem métodos distintos de sistematização do seu conhecimento. Enquanto as Ciências da Natureza trabalham, prioritariamente, com a experimentação, comprovação, cálculos, as Ciências Humanas se balizam na sistematização e interpretação das informações. Devemos lembrar que elas se interseccionam em um ponto muito específico: todas buscam estudar e compreender melhor o mundo em que vivemos. Destarte, desejamos que

as futuras gerações compreendam que o mundo está implicado em teias extremamente complexas e as descobertas científicas tem influência no modo que vivemos. Outros temas podem ser abordados e ampliar o leque de discussão, incluindo a Física, Biologia, Filosofia e Linguagens.

Assim, deixamos um questionamento final: como as descobertas de hoje afetarão a nossa visão da história quando a revisitarmos daqui a 100 anos? Estaremos mais desenvolvidos socialmente, ou aumentaremos o abismo que vivenciamos hoje?

Referências

ARAÚJO, R.F; Os Grupos de Pesquisa em Ciência, Tecnologia e Sociedade; **Revista Brasileira de Ciência, Tecnologia e Sociedade**, v. 1, n.1, 2009, p. 81-97.

BLOBAUM, Anna L.; MARNETT, Lawrence J. Structural and functional basis of cyclooxygenase inhibition**. Journal of Medicinal Chemistry**, v. 50, n. 7, p. 1425-1441, 2007.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 20 de mar. de 2021.

FABRICIO, Caroline Morato; GUIMARÃES, Luciana Mamus; AIRES, Joanez Aparecida. Abordagem História e Filosofia da Ciência no Ensino de Química por meio da biografia de Lavoisier. **XVI ENEQ/X EDUQUI**. Anais. 2012.

GAMA, Michelle da Silva; AFONSO, Júlio Carlos. De Svante Arrhenius ao peagâmetro digital: 100 anos de medida de acidez. **Química Nova**, v. 30, n. 1, p. 232-239, 2007.

LE COUTEUR, P; BURRESON, J, **Os Botões de Napoleão: as 17 moléculas que mudaram história**, Rio de Janeiro: Zahar, 2006.

LEIS, Héctor Ricardo. Sobre o conceito de interdisciplinaridade. **Cadernos de pesquisa interdisciplinar em ciências humanas**, v. 6, n. 73, p. 2-23, 2005.

MOTTA, Flávia Miller Naethe. De crianças a alunos: transformações sociais na passagem da educação infantil para o ensino fundamental. **Educação e Pesquisa**, v. 37, n. 1, p. 157-173, 2011.

PEREIRA, Ana Leonor; PITA, João Rui. Alexander Fleming (1881-1955): da descoberta da penicilina (1982) ao prémio Nobel (1945). **História: revista da Faculdade de Letras da Universidade do Porto**, v. 6, 2018.

POMBO, Olga et al. Interdisciplinaridade e integração dos saberes. **Liinc em revista**, v. 1, n. 1, 2005.

WARTHA, E.J; FALJONI-ALÁRIO, A; A Contextualização no Ensino de Química Através do Livro Didático; **Química Nova na Escola**, n. 22, 2005, p. 42-47.

Açúcar: desenvolvimento através da história e da química

Josias Falararo Pagotto[32]
Vera Amaral Pantano[33]

Introdução

A escola representa uma oportunidade única na vida de quem a frequenta, especialmente para a criança e para o adolescente. Nela, várias habilidades essenciais para a vida adulta têm a possibilidade de serem desenvolvidas, como o trabalho em grupo, mediação de conflitos, organização, raciocínio e o aprendizado de conhecimentos diversos. Entretanto, é igualmente comum se deparar com alunos desmotivados em uma ou várias disciplinas, por considerá-las "chatas e entediantes". Contudo, o aprendizado e o interesse do aluno podem ser estimulados quando um novo conhecimento é apresentado a partir de situações cotidianas, como forma de soluções de problemas ou explicando determinados fenômenos observáveis. Dessa forma, em um mundo em que a informação está tão disponível às pessoas por meio, principalmente, da internet, é imprescindível aos professores a busca por formas mais atualizadas de ensino (SILVA THIESEN, 2008, p. 546). Nesse contexto, pode-se utilizar situações do cotidiano, experimentação, documentários e vídeos, imagens ilustrativas, jogos, entre outros recursos, que tornam o aprendizado mais atrativo, dinâmico e contextualizado. Essas estratégias pedagógicas fazem o aprendizado deixar de ser mera teoria vazia, em que o aluno sequer tem ideia do porquê está aprendendo aquele assunto. Quando isso acontece, o aluno deixa de ser apenas um receptor de informações prontas, acabadas e imutáveis, e passa a ser protagonista na construção do conhecimento e de seu aprendizado (BONATTO *et al.*, 2012).

A contextualização do tema açúcar em diferentes disciplinas, além de gerar um tema transversal a elas, mostra que o conhecimento não é segregado, mas pode ser abordado sob diferentes perspectivas, todas complementares entre si. Nesse interim, o açúcar, além de ser um

[32] Doutor em Ciências. Docente no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – campus Bragança Paulista. E-mail: josias.pagotto@ifsp.edu.br

[33] Mestre em Gestão em Alimentos e Bebidas e graduada em Gastronomia. E-mail: amaralvera@outlook.com.br

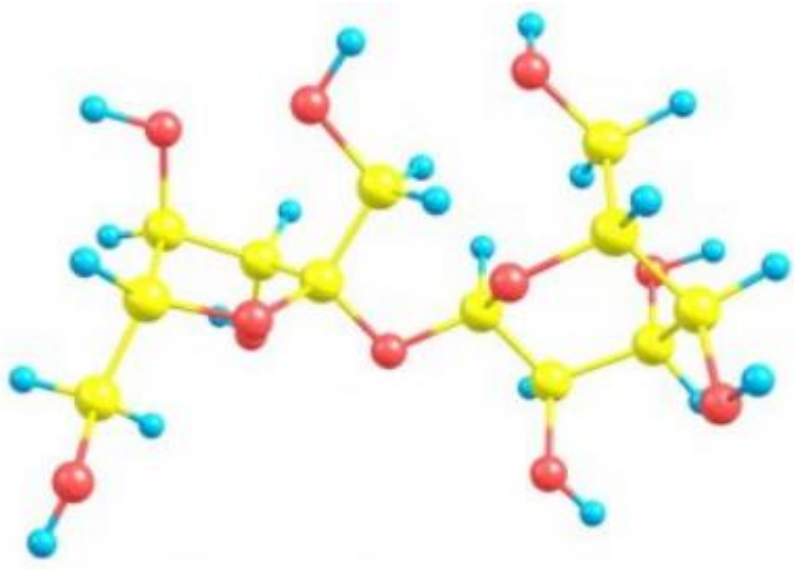
ingrediente indispensável dentro da gastronomia, pode ser abordado dentro da química, da biologia e da história, possibilitando uma rica experiência de aprendizado ao aluno.

História do açúcar

O açúcar, termo genérico utilizado para designar a sacarose, na verdade engloba uma série de outros carboidratos cristalizados, que geralmente possuem como principal característica o sabor adocicado. Entre os mais conhecidos, além da sacarose, pode-se citar a frutose, a glicose e a lactose. Apesar de os três fazerem parte da mesma "família", cada um destes açúcares é proveniente de fontes diferentes. Enquanto a sacarose é originária diretamente da cana-de-açúcar, a glicose é produzida nos pães, cereais, diferentes tipos de arroz, batatas etc. Já a frutose é oriunda das frutas, legumes e do mel, e a lactose dos derivados lácteos.

Sobre os carboidratos cristalizados, é necessário destacar a sacarose, iguaria que surgiu há mais de 20 mil anos e ganhou grande importância nas principais refeições – se não em todas – desde a mesa dos mais abastados, até sua popularização e presença nas mesas dos mais pobres. Na Figura 1 pode-se observar a estrutura química molecular da sacarose.

Figura 1 - Estrutura molecular da Sacarose.



Fonte: https://br.depositphotos.com/stock-photos/a%C3%A7%C3%BAcar-mol%C3%A9culas.html?filter=all. Acessado em: 24 mar. 2021.

Nesse primeiro tópico, pretende-se possibilitar o entendimento de como o cultivo, a produção e o consumo desse ingrediente influenciaram não só no desenvolvimento de novos hábitos alimentares, bem como na evolução da economia em três principais continentes, por mais de três séculos: Europa, África e América. Para compreender seu fluxo, é necessário resgatar a origem do açúcar.

Assim como acontece com outros ingredientes da alimentação humana, é difícil organizar historicamente uma linha temporal, uma vez que poucos eram os documentos produzidos em outras épocas. Além disso, a dificuldade também se dá porque nem todos os historiadores seguem uma única ordem cronológica. A maior parte das informações sobre os primeiros usos da sacarose foram encontrados em documentos datados do século oito a.C., na China. Essas fontes que mencionam o ingrediente também evidenciam que os primeiros povos a extrair o sumo e consumir os cristais de açúcar foram os indianos.

Acredita-se que foram algumas ilhas do Pacífico Sul, por volta do século VI, que encontraram a cana-de-açúcar e descobriram suas propriedades e forma de cultivo, ainda sem saber como transformá-la em cristais. Alguns historiadores defendem que, antes mesmo de chegar a Ásia, a cana fora cultivada em países da Oceania, como a Nova Guiné, Nova Caledônia e nas Ilhas Fiji, sendo a Nova Guiné o verdadeiro berço da cana-de-açúcar.

De acordo com Silveira (1967), foram os generais de Alexandre Magno, o Grande, os primeiros homens a trazer relatos sobre o açúcar oriundos das suas expedições pelo Ocidente, relatando que na Índia existia uma planta produtora de mel sem a intervenção das abelhas. Admite-se que na época das campanhas de Alexandre da Macedónia a cana de açúcar saiu das fronteiras da sua naturalidade e se difundiu pelos países vizinhos, sendo os árabes os principais responsáveis por propagar o cultivo e o consumo da planta (SILVEIRA, 1967).

O rápido crescimento do cultivo da cana-de-açúcar fez com que um novo ramo no comércio surgisse, conquistando principalmente as indústrias dos países dominados pelos árabes, não só no Oriente, bem como no Ocidente, chegando às regiões do Mediterrâneo, Síria, Palestina, Sicília e Chipre. Depois, expandindo pela costa da África, até ser disseminada na Europa, especificamente em Algarve, em Portugal, por volta dos séculos XII/VIII.

Segundo Pereira (1952), a produção do açúcar no norte da África e na Espanha tomou tamanha importância que existia até um calendário que especificava seu uso. Cristóvão Colombo leva a cana-de-açúcar em sua

segunda viagem (1493) para o Haiti e São Domingos (República Dominicana) e dali para diversas regiões da América Continental. Nesses países o plantio e a produção não alcançaram importância imediata, mas no começo do século XVII a América Tropical se tornou a maior indústria de produção de açúcar daquele tempo (SILVEIRA, 1967).

Segundo Strong (2004), a devastadora paixão pelo açúcar varreu toda a sociedade e mudou a composição da comida e deu novo ímpeto à prática de modelar ingredientes naturais em formas figurativas.

Especificamente no Brasil, a produção da cana-de-açúcar teve seu início oficialmente por volta de 1532, por Martim Affonso, quando ele trouxe a primeira muda de cana ao chegar à região de São Vicente. Mas, foi apenas em Pernambuco e na Bahia que os engenhos de açúcar realmente se multiplicaram. Na Figura 2 pode-se observar uma imagem de como eram as estruturas de uma antiga fábrica de açúcar.

Figura 2 - Antigos Engenhos de Açúcar.

Fonte: https://br.depositphotos.com/stock-photos/sugar-cane-history.html?filter=all. Acessado em: 24 mar. 2021.

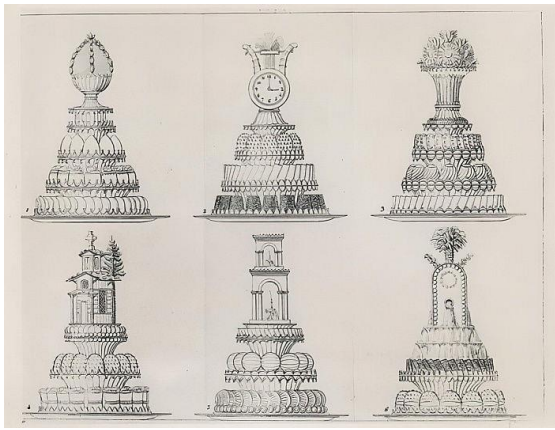
Depois de mais de 50 anos, o Brasil passou a monopolizar toda a produção mundial da cana. Enquanto a Europa se beneficiava da descoberta do ouro e da prata pelos espanhóis, o Brasil formava um monopólio dessa indústria. Além disso, o Brasil possuía os principais fatores necessários para a plantação da cana: o clima tropical e os solos extremamente férteis. Segundo Silveira (1967), por volta de 1584 havia no Brasil cerca de 115 engenhos, que eram mantidos por mais de 10.000 escravizados, produzindo 200.000 arrobas de café por ano. O açúcar virou um ingrediente tão cobiçado que os colonos o chamavam de "ouro branco", tamanho era o capital gerado pela sua produção.

A descoberta da América, a introdução da cana e as inevitáveis colonizações resultaram em milhares de escravizados trazidos para trabalharem nas lavouras. Não só as mudas, mas também todas as características dos plantios, que já eram realizados nos demais países, influenciaram totalmente na forma de produção açucareira desenvolvida no Brasil.

Nos principais locais produtores, tais como Chipre, Creta e Norte da África, o modelo dessa atividade era caracterizado principalmente pelo trabalho escravo e forçado, tanto nas grandes como nas pequenas lavouras. Consequentemente, esses métodos também foram incorporados no Brasil, estimulando ainda mais a escravidão. Inicialmente a mão-de-obra utilizada no país era formada basicamente por indígenas, porém com o grande aumento da demanda de trabalho, a expansão das terras e a necessidade de mão-de-obra especializada, houve uma forte transição para o trabalho de africanos. Então, milhares de escravizados foram trazidos à colônia, uma vez que já estavam habituados com a produção da cana (BRAIBANTE, 2013).

Foram séculos marcados pela escravidão, princípios hierárquicos e diferenças de raça. Ao mesmo tempo que a cana possibilitou uma grande expansão na economia brasileira, ela também desequilibrava ainda mais os padrões sociais, não só no Brasil, mas também em todo o mundo. Assim como o sal, o açúcar também foi um elemento que discernia as refeições dos mais abastados para os mais pobres. Os escravizados o produziam, mas apenas os senhores tinham condições de pagar pelo açúcar e contratar um cozinheiro que fosse especializado nos preparos das grandiosas esculturas, doces e sobremesas em geral. Na Figura 3 observa-se uma imagem de esculturas de açúcar.

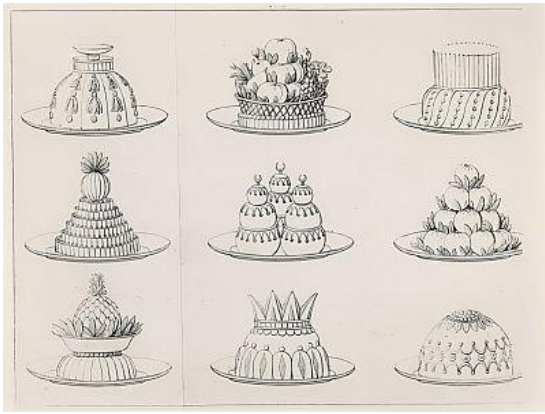
Figura 3 - Esculturas de açúcar por Marie Antoine Careme.



Fonte: Disponível em: shttps://www.meisterdrucke.pt/impressoes-artisticas-sofisticadas/Marie-Antoine-Careme/144499/Designs-de-Antoine-Careme.html. Acesso em: 24 mar. 2021.

A maioria das esculturas de açúcar fez parte dos grandes banquetes e foi graças às colônias da Espanha e Portugal que o ingrediente tomou um lugar de grande importância nas cortes, popularizando ainda mais seu uso nas refeições. Segundo Strong (2004), a devastadora paixão pelo açúcar varreu toda a sociedade e mudou a composição da comida e deu novo ímpeto à prática de modelar ingredientes naturais em formas figurativas. Na Figura 4 a seguir pode-se observar mais imagens de esculturas de açúcar.

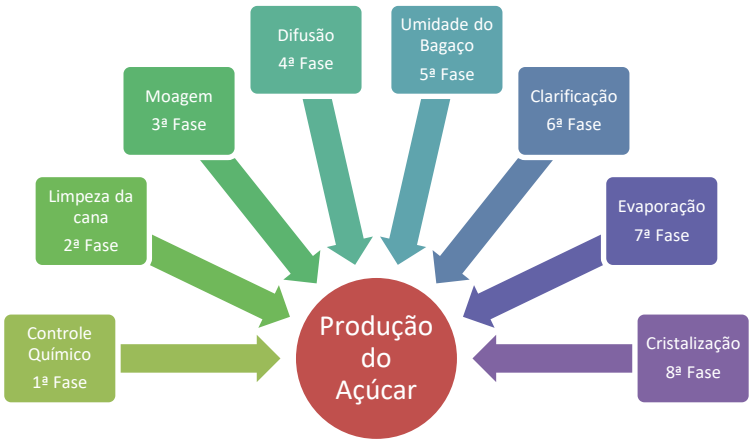
Figura 4- Pratos de açúcar por Marie Antoine Careme.



Fonte: Disponível em: https://www.meisterdrucke.pt/impressoes-artisticas-sofisticadas/Marie-Antoine-Careme/278520/Designs-de-Antoine-Careme.html. Acesso em: 24 mar. 2021.

No Brasil e no mundo, a cana-de-açúcar seguia padrões de cultivo bem específicos, tornando-se, posteriormente, ainda mais rígidos com os avanços na produção. Resumidamente, os métodos de produção do açúcar passam por oito fases, ilustradas na Figura 5.

Figura 5 - Ciclo de produção do açúcar refinado.



Fonte: elaborada pelos autores.

Em cada uma dessas fases, os controles e eficiência resultarão na qualidade final do produto. Lembrando que os processos podem sofrer alterações dependendo do objetivo do produtor. Em cada etapa é necessário não só mão-de-obra, como também técnicos especializados capazes de desenvolver e inovar.

A produção da cana possibilita não só as matérias e cristais de açúcar, como também - com as técnicas e cuidados certos - origina diversos processos químicos, como a fermentação alcóolica. Nos próximos itens, discute-se as propriedades químicas do açúcar e as especificidades desses processos e as possibilidades dessa iguaria fora da área da alimentação.

Sacarose: um carboidrato sempre presente na vida das pessoas

O tradicional açúcar de mesa é um produto muito popular e bastante consumido pela população, estando presente em quase todas as casas e na composição de vários alimentos. É utilizado, sobretudo, para adoçar os mais diversos alimentos e bebidas, conferindo um sabor agradável ao paladar. Os açúcares, de modo geral, são compostos pertencentes à classe dos

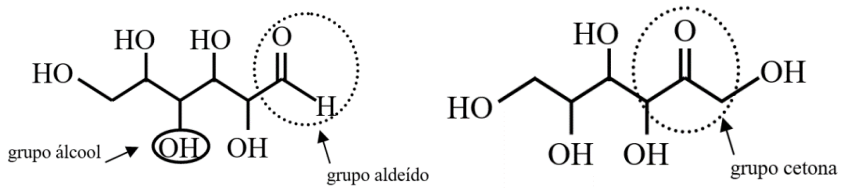
carboidratos ou sacarídeos; possuem ligação covalente entre seus átomos, sendo por isso chamados de moléculas (CHEMELLO, 2005, p. 6).

Os carboidratos (ou sacarídeos), como é o caso do açúcar, também são conhecidos como hidratos de carbono, por possuírem fórmula genérica $C(H_2O)_n$, onde n é um número inteiro. O açúcar tradicional, consumido nas casas, é a sacarose, mas existem vários outros exemplos dessa classe de compostos, como a frutose, glicose, lactose e celulose. A celulose, por exemplo, é o carboidrato constituinte dos tecidos vegetais, enquanto a glicose é utilizada como fonte de energia pelos animais (CHEMELLO, 2005, p. 10).

Dependendo da complexidade da molécula, os carboidratos são classificados como monossacarídeos, dissacarídeos e polissacarídeos. A glicose e frutose são exemplos de carboidratos simples; por isso, são chamados de monossacarídeos. (MORAN *et al.*, 2013, p.6). Possuem a mesma fórmula molecular, $C_6H_{12}O_6$, e podem ser representadas em duas conformações diferentes: com cadeia aberta ou fechada.

Na conformação de cadeias abertas, as moléculas de glicose e frutose apresentam diferença em seus grupos funcionais. Ambas são poliálcoois, pois possuem vários grupos álcoois (são os grupos OH ligados aos átomos de carbono), mas a glicose possui um grupo aldeído, enquanto a frutose possui um grupo cetona (Figura 6).

Figura 6 - Monossacarídeos (poliálcoois) de fórmula $C_6H_{12}O_6$ com cadeia aberta: (a) glicose, caracterizada pelo grupo aldeído e (b) frutose, caracterizada pelo grupo cetona.

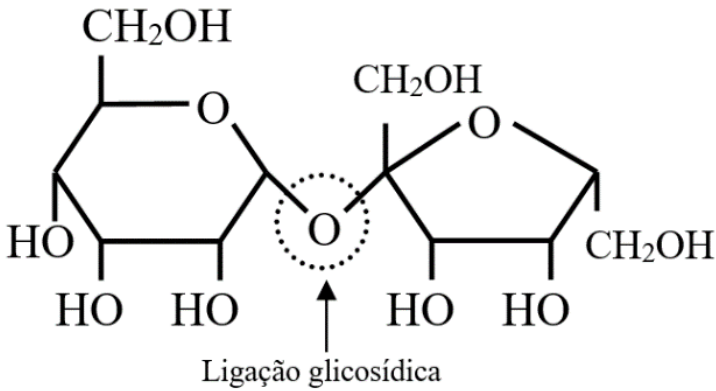


(a) (b)

Fonte: elaborada pelos autores.

A sacarose (o popular açúcar de mesa) é formada pela união de uma molécula de glicose e uma de frutose. Por ser formada pela junção de dois monossacarídeos, a sacarose é classificada como um dissacarídeo. A ligação entre dois monossacarídeos, como ocorre neste caso, é chamada de ligação glicosídica, sendo liberada, nesse processo, uma molécula de água, H_2O (Figura 7).

Figura 7 - Estrutura química da Sacarose (açúcar de mesa), evidenciando a ligação glicosídica.



Fonte: elaborada pelos autores.

Os vários grupos álcoois (OH) da sacarose promovem uma interação intermolecular do tipo Ligações de Hidrogênio com a água. Como a molécula possui vários desses grupos, a solubilidade do açúcar em água é bastante elevada, tendo o valor de 1970g de açúcar a cada litro de água (a 20º C).

A sacarose é rapidamente absorvida pelo organismo e convertida em energia; por isso, é considerada uma fonte de energia primária. Porém, por ser um dissacarídeo, a sacarose não é diretamente convertida em energia pelo organismo humano. Para que isso ocorra, a ligação glicosídica deve primeiro ser quebrada, e o dissacarídeo é separado em dois monossacarídeos: glicose e a frutose; e essas moléculas mais simples é que são utilizadas na produção de energia (MANHATI et al., 2014, p. 120).

Açúcar e ciências

O açúcar é uma substância com um grande leque de possibilidades para ser trabalhado em sala de aula. Pode ser trabalhado em diversos temas, de forma interdisciplinar, com a vantagem de esse composto ser muito conhecido pelos alunos. O aprendizado se torna mais interessante e fácil de ser assimilado quando o conhecimento teórico é correlacionado com situações cotidianas do aluno (RODRIGUES, 2019, p. 14).

Um dos temas envolvendo a sacarose, que pode ser trabalhado em sala de aula, são os processos de Separação de Misturas utilizados no processamento do açúcar a partir da cana.

Inicialmente, a cana-de-açúcar é lavada com água (processo de **levigação**, que é o arraste de sólidos menos densos com auxílio de uma corrente de água). Em seguida, a cana é picada e passa por um eletroímã, para retirada de partículas metálicas (processo de **separação magnética**). Passa então por uma moagem (prensado para extração do caldo), resultando em um caldo contendo impurezas grosseiras, como bagaços e areia; estes são retirados pelo uso de peneiras (processo de **peneiração**). O caldo separado das impurezas passa por um processo de clarificação, para adquirir uma coloração que seja esteticamente mais atraente. Neste processo, altera-se seu pH, o que resulta na obtenção de flocos (processo de **floculação**). A clarificação do caldo é obtida por reações químicas com dióxido de enxofre (SO_2), leite de cal e/ou outras substâncias químicas. Ocorre a sedimentação dos flocos (processo de **decantação**). Por aquecimento, ocorre evaporação do caldo para concentrá-lo, seguido de cozimento e cristalização do açúcar (processo de **cristalização**). Com auxílio de uma centrífuga (processo de **centrifugação**), os cristais de açúcar são separados da massa bruta; por fim, ocorre a secagem dos cristais (MANHATI et al., 2014, p. 118).

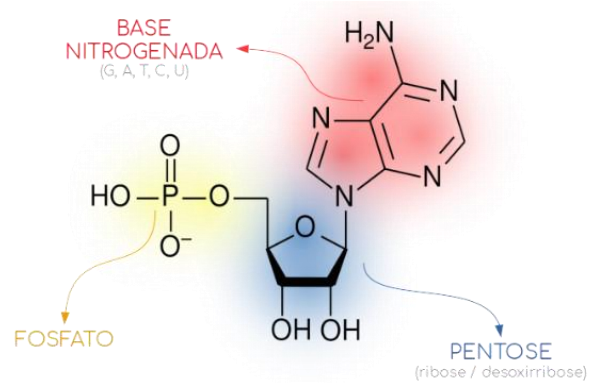
No processo de obtenção do açúcar pode-se explorar também o conceito de escalas de acidez, e a alteração nas propriedades de uma substância a partir de alteração do seu pH. Pensando nas reações químicas que ocorrem, pode-se também explorar esse conceito no processo de clarificação do caldo a partir da reação com dióxido de enxofre (SO_2) ou leite de cal (hidróxido de cálcio, $Ca(OH)_2$).

O estudo de soluções é outro exemplo de assunto, no qual o açúcar se encaixa muito bem. Pode-se discutir limite de solubilidade de um soluto em um solvente, além das propriedades coligativas, que são observadas quando um soluto (neste caso, o açúcar) é adicionado a um solvente (a água).

Os açúcares também podem ser usados para abordar vários temas nas aulas de Biologia. Eles se constituem como fontes de energia primária para o organismo; dessa forma, os carboidratos são uma excelente opção para se obter energia rapidamente. O processo de respiração celular para obtenção de energia pode ser abordado a partir dessa substância.

Os ácidos nucleicos também não existiriam sem os açúcares. São macromoléculas (moléculas muito grandes), constituídas por grupos denominados nucleotídeos. Cada nucleotídeo é constituído por um açúcar, um grupo fosfato e uma base nitrogenada (Figura 8). Os ácidos nucleicos existentes são o DNA (Ácido Desoxirribonucleico) e o RNA (Ácido Ribonucleico) (CHEMELLO, 2005, p. 6).

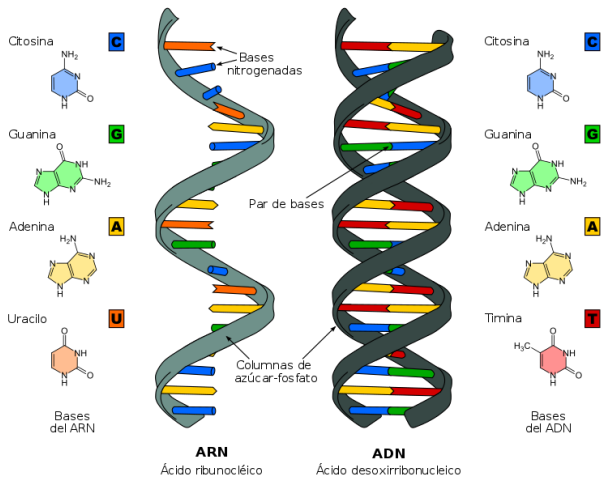
Figura 8 - Estrutura química de um nucleotídeo.



Fonte: Mysid. **Estrutura de um nucleotídeo; base nitrogenada + pentose + fosfato.** 2020. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:AMP_structure.svg. Acesso em: 22 mar. 2021.

Os ácidos nucleicos são constituídos por cadeias de nucleotídeos, que são chamadas de “fitas”. A molécula do DNA é constituída por duas fitas enoveladas entre si, através da interação do tipo Ligação de Hidrogênio entre átomos das bases nitrogenadas. A molécula do RNA possui somete uma fita de nucleotídeos (Figura 9).

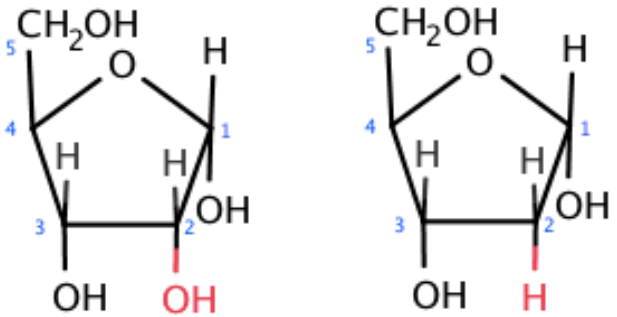
Figura 9 - Estrutura dos Ácidos Nucleicos (DNA e RNA)



Fonte: Sponk. **Difference DNA RNA-ES.** 2012. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Difference_DNA_RNA-ES.svg. Acesso em: 21 mar. 2021.

O grupo fosfato é formado por 1 átomo de fósforo e 4 átomos de oxigênio. As bases nitrogenadas são compostos orgânicos de caráter básico. As bases existentes são adenina, guanina, timina, citosina e uracila. Destas, a Timina é exclusivo do DNA, e a Uracila é exclusivo do RNA. Os açúcares que compõem os ácidos nucleicos são diferentes, embora ambas sejam pentoses (açúcares com 5 átomos de carbonos). No RNA, o açúcar é chamado de Ribose, e no DNA o açúcar é a Desoxirribose, Figura 10 (CHEMELLO, 2005).

Figura 10 - Estrutura química dos açúcares presentes no DNA e RNA: (a) Ribose, presente no RNA, e (b) Desoxirribose, presente no DNA.



(a) (b)

Fonte: Ownwork. **The differencebetween ribose anddeoxyribose.** 2019. Disponível em: https://https://commons.wikimedia.org/wiki/File:The_difference_between_ribose_and_deoxyribose.png. Acesso em: 21 mar. 2021.

Benefícios / malefícios

Os carboidratos são uma fonte primária de energia para o organismo; portanto, é fundamental em uma dieta equilibrada o consumo adequado, não em exagero, mas balanceado de açúcar, pois eles são uma excelente fonte de energia para o cérebro, medula e produção de células vermelhas (hemácias).

Contudo, o açúcar pode causar diversos prejuízos se ingeridos em excesso. Um deles, que pode ou não estar associado a fatores genéticos, é uma doença chamada diabetes. Para entender o que é isto, é necessário primeiro saber qual é o caminho percorrido pelo açúcar, desde quando ele é consumido até ser utilizado como energia para as funções vitais (GROSS, 2002).

Após ingerida, a sacarose (como um dissacarídeo) é quebrada pela ação da enzima invertase, gerando duas moléculas, uma glicose e outra de frutose. A invertase é uma enzima digestiva, e essa quebra ocorre no estômago, como parte do processo de digestão dos alimentos. Esses dois monossacarídeos produzidos é que serão aproveitados para síntese de energia. Quando a glicose cai na corrente sanguínea, é necessário um controle da quantidade desse carboidrato. Nesse interim, o pâncreas é um órgão importantíssimo para um correto funcionamento do organismo humano. Ele produz dois hormônios que regulam a glicemia (taxa de glicose) no sangue, que são a insulina e o glucagon (além destes dois, o pâncreas produz diversos outros hormônios também) (GROSS, 2002).

A insulina atua como uma chave que permite que a glicose entre nas células para produção de energia. Dessa forma, além de permitir a produção de energia para o organismo, a insulina promove a diminuição da glicemia (quantidade de glicose no sangue). Diabete é uma doença em que o organismo não produz insulina; dessa forma, a taxa de glicose no sangue aumenta muito, levando à hiperglicemia. Se a quantidade de glicose ficar elevada por muito tempo, causa danos a vários órgãos, vasos sanguíneos e nervos.

O diabetes pode surgir por diferentes causas. No Diabetes tipo 1 o próprio sistema imunológico ataca, equivocadamente, as células produtoras de insulina. No Diabetes tipo 2 o organismo não produz adequadamente a insulina, ou não a utiliza de forma correta. O Diabetes gestacional ocorre devido às mudanças hormonais no organismo da mulher devido à gestação, podendo causar prejuízos à mãe e à criança (GROSS, 2002).

O excesso de açúcar aumentará a quantidade de glicose no sangue, e consequentemente aumentará a liberação de insulina. O excesso de glicose ficará estocado como reserva de energia, aumentando a taxa do colesterol ruim, o chamado LDL (*Low Density Lipoprotein*). O aumento excessivo desse colesterol pode causar entupimento das artérias, diminuindo o fluxo sanguíneo e podendo causar um Acidente Vascular Cerebral (AVC) ou ataque cardíaco, podendo levar o indivíduo à morte ou a ficar com sequelas permanentes (WINKELMANN, 2014, p. 667).

O açúcar não está diretamente relacionado à incidência de câncer, não se trata de uma substância carcinogênica. Porém, o açúcar refinado (branco) é pobre em nutrientes, e o consumo de "calorias vazias" (ou seja, aquelas desacompanhadas de outros nutrientes) favorece a obesidade, e esta é um fator de risco para o surgimento de câncer. Deve-se notar que a solução para isso não é cortar definitivamente o consumo de açúcar, e sim dar preferência para o consumo de açúcares menos processados, como açúcar mascavo e açúcar demerara. Outros malefícios causados pelo consumo em

excesso do açúcar são gordura no fígado, gastrite, pressão alta, prisão de ventre, miopia e trombose (WINKELMANN, 2014, p. 667).

Considerações finais

Diante de todo o exposto, é possível observar a riqueza de possibilidades que o tema açúcar oferece para trabalhar junto aos alunos em sala de aula, laboratório de ciências ou até mesmo em casa (ainda mais nestes tempos de pandemia, em que o ensino remoto tem sido muito utilizado). Seus aspectos gastronômicos, históricos, químicos e biológicos mostram que este pode ser um excelente tema transversal entre várias disciplinas ou até mesmo em um Projeto Multidisciplinar. Essa temática pode aliar o aprendizado de vários conceitos de diferentes disciplinas e áreas do conhecimento, partindo de situações cotidianas, bem conhecidas pelos alunos, o que torna o aprendizado mais agradável, intuitivo e contextualizado. Assim, um dos objetivos pretendidos com este manuscrito é, além de propor essa temática em sala de aula, chamar a atenção de professores e educadores que o ensino pode ser mais interessante e despertar maior interesse dos alunos quando feito de uma forma aplicada ao dia-a-dia dos mesmos.

Referências

BONATTO, J.; BARROS, C. R.; GEMELI, R. A.; LOPES, T. B.; FRISON, M. D. Interdisciplinaridade no Ambiente Escolar. In: **IX Seminário de Pesquisa em Educação d Região Su**l (AMPED SUL), 29 jul. - 1 ago. 2012 – Universidade de Caxias do Sul – campus Caxias do Sul, RS, Brasil.

BRAIBANTE, Mara Elisa Fortes et al. A cana-de-açúcar no Brasil sob um olhar químico e histórico: uma abordagem interdisciplinar. **Química nova na escola**, v. 35, n. 1, p. 3-10, 2013.

CHEMELLO, E. Série Química na Cozinha: o Açúcar. **Revista Eletrônica ZOOM**, São Paulo, SP, v. 6, n. 4, p. 2-30, 2005.

GROSS, Jorge; SILVEIRO, Sandra; CAMARGO, Joíza; REICHELT, Angela; AZEVEDO, Mirela. Diabetes Melito: Diagnóstico, Classificação e Avaliação do Controle Glicêmico. **Arq Bras Endocrinol Metab,** v. 46, n. 1, p. 16-26, 2002.

MANHANI, Tatiana Monique; CAMPOS, Maria Valéria; DONATI, Fulviane Pimentel; MORENO, Andréia de Haro. Sacarose, suas Propriedades e os Novos Edulcorantes. **Revista Uniara**, Araraquara, SP, v. 17, n. 1, p. 113-125, 2014.

MINTZ, Sidney Wilfred. **O poder amargo do açúcar**: produtores escravizados, consumidores proletarizados: coletânea de artigos de Sidney W. Mintz. Recife: UFPE, 2003.

MORAN, L. A.; HORTON, H. R.; SCRIMGEOUR, K. G.; PERRY, M. D. **Bioquímica.** 5ª ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2013.

PEREIRA, Niomar de Sousa; JARDIM, Mára Públio de Souza Veiga. **Uma festa religiosa brasileira**: festa do Divino em Goiás e Pirenópolis. São Paulo: Conselho Estadual de Artes e Ciências Humanas, 1978.

RODRIGUES, Gabriella Pacheco. **A Química do Açúcar: Aprendizagem com Conscientização.** 2019. 60 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Química), Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, 2019.

SILVEIRA, José Cunha da. Portugal no mundo e a soberania do seu açúcar. **Anáis do Instituto Superior de Agronomia**, v. 30, p. 235, 1967.

STRONG, R. **Banquete** – uma história ilustrada da culinária, dos costumes e da fartura à mesa. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2004.

THIESEN, Juares da Silva. A interdisciplinaridade como movimento articulador no processo ensino-aprendizagem. **Revista Brasileira de Educação,** v. 13, n. 39, p. 545-598, 2008.

WINKELMANN, Eliane Roseli; FONTELA, Paula Caitano. Condições de saúde de pacientes com diabetes mellitus tipo 2 cadastrados na Estratégia Saúde da Família, em Ijuí, Rio Grande do Sul, 2010-2013. **Epidemiol. Serv. Saúde,** v. 23, n. 4, p. 665-674, 2014.

FoxTablet